TOMVS QVARTVS MATHEMATICORVM HYPOMNEMATVM DE STATICA.

Quo comprehenduntur ea in quibus sese exercuit

ILLVSTRISSIMVS
Illustrissimo & antiquissimo stemmate ortus Princeps ac Dominus MAVRITIVS Princeps Auraicus, Comes Nassoviæ, Catti-melibocorum, Viandę, Moersii, &c. Marchio Veræ & Vlissingæ, &c. Dominus Civitatis Gravæ & ditionis Cuyc, Civitatum Vyt, Daesburch, &c. Gubernator Geldriæ, Hollandiæ, Zelandiæ, Westfrisiæ, Zutphaniæ, Vltrajecti, Transisalanæ, &c. Imperator exercitus Provinciarum fœdere consociatarum Belgii, Architalassus Generalis, &c.

Conscriptus à SIMONE STEVINO *Brugensi.*



LVGDINI BATAVORVM,
Ex Officinâ Ioannis Patii, Academiæ Typographi.
Anno cIↃ IↃ cv.

QVARTI TOMI
BREVIARIVM.



Vm *jam olim de* STATICA *librum conscripsissem, &* ILLUSTRISS. PRINCEPS, *ad varias res quæ in praxi occurrunt, ejus notitiam necessariam comperisset, magni illius desiderio, & cognoscendi studio accensus fuit, adeo ut post alias Mathematicæ materiæ disciplinas, naturâ & notitiâ priores, quàm avidissimè studiosissimeq́ ad* STATICES *praxin sese contulerit: ut post primam editionem præter erratorum emendationem magna multarum inventionum accessio facta sit, quod ex additamento liquebit: ut operæprecium facturus mihi viderer si* STATICEN *ad* ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS MATHEMATICA HYPOMNEMATA *adderem in sex libros ita partitam, ut* I. *de primis* STATICES *elementis sit.* II. *de *ratione inveniendi centrum gravitatis.* III. *de* STATICES *praxi.* IV. *de primis elementis † Hydrostatices.* V. *de Hydrostatices praxi.* VI. *denique additamentum habeat.*

* centro baryciâ.
† aquam ponderandi.

LIBER PRIMVS STATICAE DE STATICÆ ELEMENTIS.

BREVIARIUM
LIBRI I.



TATICES elementa, quæ sunt de gravitate à physico corpore solâ cogitatione sejunctâ, bipartitò sunt distributa. Prior pars 14 definitiones habet: posterior 28 propositiones de ponderum affectionibus, quorũ alia recta, alia obliqua sunt. Recta porro duorum generum, elevantia scilicet, & deprimentia, quæ primis octodecim propositionibus sunt comprehensa. Obliqua quoque totidem sunt, elevantia item, & deprimentia, quæ reliquâ propositionum multitudine declarantur, sed majoris evidentiæ causâ tabula esto, quæ primi libri breviarum ob oculos ponat.

Elementorum statices duæ sunt partes, in quarum
- *primâ 14 definitiones sunt.*
- *secundâ 28 proposit. & quidem de ponderibus*
  - *Rectis*
    - *Elevantibus,*
    - *Deprimentibus,*
    - de quibus 18 primæ propositiones sunt.
  - *Obliquis*
    - *Elevantibus,*
    - *Deprimentibus,*
    - quorũ doctrina reliquis propositionib. est comprehensa.

PARS PRIOR
DE DEFINITIONIBUS.

1 DEFINITIO.

Statica est quæ ponderis & gravitatis corporum rationes, proportiones, & qualitates interpretatur.

DECLARATIO.



Vemadmodum Geometria figurarum magnitudines,non autem gravitates considerat, illas æquales vel inæquales solummodo judicans, quarum magnitudines æquales vel inæquales sunt: Ita contra Statica gravitates earundem,nō magnitudines expendit, eas que æquales vel inæquales habet, quarum gravitates & pondera æqualia, vel inæqualia sunt. Et quemadmodum Geometriæ munus est in Rationes, Proportiones, & affectiones Magnitudinum inquirere: ita Statices est Rationes, Proportiones, & affectiones gravitatum sive ponderum interpretari; quæ nostræ scriptionis finis est, & scopus.

2 DEFINITIO.

Gravitas corporis est potentia descensus in dato loco.

DECLARATIO.

Gravitas & levitas, quàm in corpore inesse vulgò dicimus, non est propria & essentialis ejus forma, sed ex relatione ad aliud nata,cujus pleniorem declarationem alii loco ac tempori destinavimus. Nam nonnulla Materia, & corpora in aëre gravia, in aquâ levia, in aëre vero levia, alibi esse gravia deprehenduntur. Cum itaque dicimus lignum centum pondo esse, potentiam descensus intelligi volumus in dato loco, hoc est, in loco subjecto ubi ponderatum est.

Ex definitionis consectario,levitatem corporum potentiam elationis in altum esse intelligimus; sed in dato loco,naturâ enim quodvis corpus grave est.

3 DEFINITIO.

Nota gravitas est quæ notâ ponderitate exprimitur.

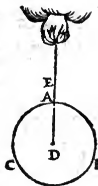
DECLARATIO.

Vt cum corpus vel gravitatem sex librarum, octo marcarum, vel trium unciarum, &c. esse dicimus; quod hujusmodi notâ ponderitate sit definita, notam gravitatem appellamus.

4 DEFINITIO.

Gravitati centrum est ex quo, vel sola cogitatione, suspensum corpus quemcumque situm dederis, illum retinet.

DECLARATIO.



A B C globus esto, æquabili ubique & materiâ & pondere, quem cogitatione nostrâ ex centro D, lineâ E D suspensum fingamus, qui quoquo modo versatus, motusque, quem dederis situm, retinebit, si enim B ad locum A aliæque partes alio transferantur immotæ manebunt, secus materia inæquabilis esset, & alio loco densior graviorque, alio verò rarior & levior, quod contra thesin esset. D itaque, ex definitionis sententia, centrum gravitatis fuerit globi A B C. Idem judicium de omnibus esto, nullum enim non corpus inordinatæ figuræ & materiæ inæquabilis gravitatis sit sive figuræ ordinatæ, & æquabilis gravitatis, hujusmodi punctum habet, à quo suspensum eandem positionem servat quæ data fuit, quod gravitatis centrum appellatur. Vt autem suis proprietatibus magis innotescat hoc addemus. Gravitatis centrum in corporibus, ut columnis, sphæris sphæroïdibus, & quinque ordinatis, &c. si sunt ex materia æquabiliter ubique ponderosa, idem est cum figuræ vel magnitudinis puncto quod Geometricè centrum appellatur. Corporum vero inæquabiliter ponderosâ hæc puncta magnitudinis & gravitatis eodem loco non habent. In pyramidibus enim, & inordinatis solidis non magnitudinis centrum, sed gravitatis tantum est. Multa etiam corpora sunt, ut annuli, unci, pelves, & alia hujusmodi, quæ gravitatis centrum, non intra verũ extra materiam habẽt.

In definitione, *vel solâ cogitatione,* dicitur, quod in definitione illâ poni debent, quæ definiti naturam maximè declarant, quod & in *Pappus* 8 lib. ubi gravitatis centrum definit, cogitatione commodissime fecit. Etiam isto pacto definire licet: *Gravitatis centrum est, per quod plana quævis ducta corpus in duas partes æquilibres dividunt.* Quid autem æquilibritas sive æquipondium sit 11 definitione dicitur.

5 DEFINITIO.

Gravitatis corporeæ diameter est recta infinita per gravitatis centrum acta: Et gravitatis diameter horizonti perpendicularis, diameter gravitatis pendula appellatur.

DECLARATIO.

Vt in 4æ definitionis figurâ, quævis recta infinita per gravitatis centrum D acta, corporis A B C diameter gravitatis appellatur: Verum gravitatis diameter ad horizontem recta ut A D gravitatis diameter pendula dicatur.

NOTATO.

In priore editione gravitatis diameter definita nobis fuit infinita per gravitatis sua centrum pendens, sufficere enim propositæ nobis scriptioni videbatur. Verumenimvero in sequenti additamento ponderosorũ genera non paulo diligentius rimantes necessa-

necessarium duximus quamvis rectam infinitam per centrum diametrum gravitatis appellare, distinguereq́ inter pendulam, & non pendulam diametrum: unde etiam discrimen inter 5 & 13 definitionem hujus & superioris editionis natum est.

6 DEFINITIO.

Gravitatis planum diametrale est quodcunque corpus per gravitatis suæ centrum secat.

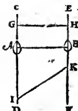
DECLARATIO.

Vt quodvis planum quod 4[æ] definitionis globum per centrum D secat, ejus ipsius gravitatis diametrum planum appellatur. Idem de aliis corporibus judicium esto. Affectio hujus propria est, quomodolibet secet corpus, in duas æqueponderantes partes secare.

7 DEFINITIO.

Recta duabus pendulis diametris terminata, jugum sive TRABS dicatur.

DECLARATIO.

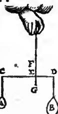


A & B duo corpora sunto, & pendulæ gravitatis diametri C D & E F, inter quas contingentibus punctis ductæ rectæ GH, AB, IK aliæque infinitæ pendulis diametris terminatæ, quas jugum vocamus unde A, B gravitates dependent, ad Bilancis jugum alludentes.

8 DEFINITIO.

Iugi à pendulà gravitatis diametro divisi partes, ex quibus pondera situ æquilibria dependēt, Radii appellantur.

DECLARATIO.



A, B duo corpora sunto, & jugum illorum C D partitum in E, à pendula diametro F, duo jugi membra ut E C, & E D, ex quibus isorropa pondera sunt suspensa, radii appellantur.

9 DEFINITIO.

Amborum autem ponderum pendula gravitatis diametros ansa nobis dicitur.

DECLARATIO.

Vt F E, in 8 definit. Ansa est.

10 DEFINITIO.

Et Ansæ punctum in jugo fixum. Punctum firmum.

DECLARATIO.

Vt E, in 8 definitione, punctum est stabile.

11 DEFINITIO.

Dicta autem pondera situ æquilibria dicimus.

DECLARATIO.

Vt A & B, in tertiæ definitionis figurâ, sive ambo suo pondere sint æquipondia, sive inæquipondia, ex situ æquilibria vocamus, quòd positu æqueponderantia sunt, A enim ex jugo dependens tantum potest ob situm, quantum B, & vicissim B quantum A.

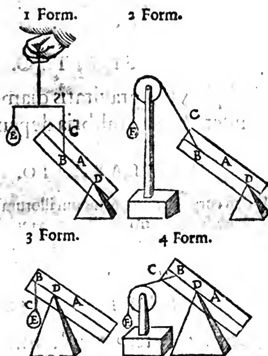
Ista ex situ æquilibritas necessariò notanda, &, quia diversæ sunt, ab æqui-ponderitate dirimenda. Nam, exempli causâ, pondus ex minore radio in statera dependens nonnunquam decuplum est ad alterum, æqualem tamen gravitatem præ se ferunt, sed specie tantum non propriè, & tantummodo propter situm.

12 DEFINITIO.

Pondus elevans dicitur quicquid est causa ponderis in altitudinem elati.

DECLARATIO.

Columna A pondus esto, BC linea ex qua suspensa tenetur, erismatis punctum in quo quiescat D, E vero pondus, corpus A eodem tenens situ. Quapropter E primæ secundæque figuræ pondus elevans, isto enim pondere corpus elevatur, aut elevatum eodem situ tenet. E vero tertiæ & quartæ figuræ pondus demittens, quod corpus latere B affixum descendere faciat, vel illo situ demissum detineat.



13 DEFINITIO.

Lineam à gravitate sublatâ versus pondus attollens, quæ est in-

est inter gravitatis diametrum quæ per firmitudinis punctum, ejusque parallelam, elevantem: quæ vero à gravitate demissâ est versus pondus demittens, similiter inter gravitatis diametrum, quæ per firmitudinis punctum, ejusq; parallelam, lineam demittentem dicimus.

Vt recta C B in 12 definitione, gravitatis diametro, quæ per firmitudinis punctum, ut D B, ejusque parallelâ terminata, in 1 & 2 figurâ linea attollens, in 3 verò & 4 linea demittens nobis appellabitur.

14 DEFINITIO.

Si linea, & attollens, & demittens Horizonti perpendicularis sit, Recta attollens, & Recta demittens, earumque pondera, Rectum attollens, Rectum demittens: sin obliqua sit Horizonti, obliqua attollens, obliqua demittens, & earum pondera obliquum attollens, obliquum demittens à situ nobis appellabuntur.

DECLARATIO.

Vt in primâ tertiaque duodecimæ definitionis figurâ, attollens, & demittens lineæ, quia ex hypothesi angulos cum Horizonte rectos faciunt, illa Recta attollens, hæc Recta demittens, earumque pondera E Rectum attollens, Rectum demittens dicantur. Sin linea attollens, & demittens ut C B in 2 & 4 figurâ horizonti sit obliqua, obliquæ appellabuntur, & obliqua illarum pondera.

NOTATO.

Figura Staticæ & Geometricæ columnæ eadem est, nisi quod hîc materia illius æquabilioris ponderis esse sumatur, operimentum vero & basis quadrangula. Artis vocabula ita nobis Belgis usurpantur.

Materia		Stof
Forma		Form
Effectus		Daet
Subjectum		Grondt
Adjunctum		Aencleving
Genus		Gheslacht
Species		Afcomst
Definitio		Bepaling
Propositio		Voorstel
Problema		Werckstick
Theorema		Vertooch
Ratio		Reden
Proportio		Everedicheyt
Æquales	*Pro qui-*	Even
Similes	*bus usur-*	Ghelijcke
Exemplum	*pavimus*	Voorbeelt

Centrum

Centrum gravitatis	Swaerheyts middelpunt
Axis	As
Diameter	Middellini
Circumferentia	Omtreck
Parallela	Evewijdighe
Homologa latera	Lijckstandighe sijden
Superficies	Vlack
Planum	Plat
Columna	Pylaer
Arithmetica	Telconst
Geometria	Meetconst
Ars Mathematica	Wisconst
Mathematicus	Wisconstnaer
Mathematicè.	Wisconstlick.

Quæ Latina vocabula, & alia nonnulla, majoris evidentiæ causâ, in margine nonnunquam suis vernaculis apponimus. Tres autem literæ P. L. E. in margine aliquando additæ. Propositionem, librum, Euclidem notant, ut ex 2 p. 6. l. E. 2 propositionem 6 libri Euclidis *intelliges.*

POSTVLATA.

QVandoquidem nonnulla tanquam scientiæ principia per communes notiones sunt nota, neque demonstrationis indigent; alia vero occultiora magisque tecta irridendi materiam cavillatoribus suppeditare possunt quæ irrideri aut culpari minimè debent: quapropter Mathematicorum more, ante quam ad propositiones accedimus, nobis illa concedi postulabimus.

1 POSTVLATVM.

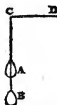
Æqualia pondera ex æqualibus radiis suspensa etiam situ esse æquipondia.

2 POSTVLATVM.

E Mathematicâ lineâ pondus quodvis suspendi, aut in eâ quiescere posse, ut ne frangatur aut flectatur.

3 POSTVLATVM.

Pondus sive sublimius, sive humilius sit suspensum ejusdem gravitatis esse.



DECLARATIO.

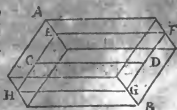
Vt pondus A depressum in B ejusdem gravitatis manere, vel tantundem potentiæ in C D obtinere quantum in A obtinuit.

4 POSTV-

4 POSTVLATVM.

Per planum columnæ, quod illam per axis longitudinem dividit, datam columnam intelligi.

Vt A B columna esto, & ejus axis C D plano aliquo, ut E F G H, per axem secta. plano E F G H nominato, omissis cæteris omnibus, totam columnam intelligi postulamus.

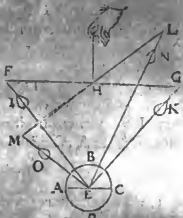


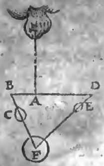
5 POSTVLATVM.

Omnes perpendiculares parallelas haberi.

DECLARATIO.

Causa ejusmodi est. A B C D terræ globus esto, cujus centrum E, horizon A C, & F G jugum ad horizontem parallelùm, ejusq; æquales radii H F, H G, ex iisq; æqualia pôdera I, K suspensa; unde perpẽdiculares F I & G K parallelas non esse manifestũ est quod inferiora illarũ magis annuant, quam superiora, neq; distent ubiq; æqualiter. Super stabili puncto H, jugũ F G moveatur, ut G in locum L, F in M transeant, pondusq; K adscẽdat in N, I vero descendat in O: & angulus L M E recto propior sit, quam M L E; ex isto situ (ut è 24 proposit. patebit) O quam N gravius fuerit. Ex his consequens est nullum corpus, sive solidum in rerum Naturâ esse, ut Mathematicè loquar, præter Globum, quod ex suæ gravitatis centro cogitatione suspensum, quemlibet datum situm retinet: sive, per quod planum quodlibet ipsum corpus in partes situ æquipondias dividit, verum propter varios, & infinitos situs, varia etiam & infinita gravitatis centra erunt. Neque gravius pondus (quod 1 propositioni repugnat) eam rationem haberet ad levius, quæ longioris radii est ad breviorem, sed unum altero ponderosius esse ex situ argueretur, quod angulus ejus major & recto propior esset; quam alterius angulus. Verumenimverò ut exemplo clarius fiat, A B brevior radius esto, ejusque pondus C: A D vero longior, ex eoque pondus E suspensum illam rationem habeto ad C; quam A B ad A D, F autem universitatis centrum: ubi angulus F B A hebetior, rectoque propior esse apparet, quam angulus A D E. Hinc (ex 24 propositionis sententiâ) C ponderosius esse, quam E, consequens est.





Hæc inconvenientia inde sunt nata, quòd in primâ figurâ F E & G E, in secundâ verò B F & D F parallelæ non sint. Verum, quandoquidem discrimen illud, in iis quæ ab hominibus ponderantur, nullum, saltem inobservabile est, jugum enim aliquot milia longum esse deberet, antequam deprehendi posset, perpendiculares parallelas habendas esse concedi nobis postulamus. Verum equidem est, ex naturâ suâ illas æstimantes, perfectè operari posse secundum illarum speciem, sed quia molestius illud esset, nec tamen ad rem ipsam, hoc est, STATICES praxin utilius, supersedere consultius est.

PARS

PARS ALTERA
DE PROPOSITIONIBVS.

I THEOREMA. I PROPOSITIO.

Duarum gravitatū situ æquilibriū ponderosior illam rationē habet ad leviorē, quę lōgioris radii est, ad breviorem.

I Exemplum.

DATVM. ABCD 6 ℔ columna esto in sex partes æquales à planis ad basin AD parallelis partita, ut sunt EF, GH, IK, LM, NO, axem PQ in R, S, T, V, X secantibus: LMDA gravitas esto ponderosior, ejusque centrum S, LMCB verò levior & centrum X, partium istarum secundū 7 definitionem jugum erit SX, T autem columnæ totius centrum, TI ansa, ex qua LMDA & LMCB situ æquilibria dependent, & TX radius longior, TS autem brevior ex 8 definit. sententiâ.



QVÆSITVM. Demonstrandum nobis est sic longiorem radium TX esse ad breviorem TS: quemadmodum ponderosior gravitas LMDA est ad leviorem LMCB.

DEMONSTRATIO.

LMDA 4 libras pendet, LMCB vero 2, ratio autem longioris radii TX ad breviorem TS est ut 2 ad 1 ex dato: Atqui ut 4 ad 2: ita 2 ad 1, ut igitur ponderosius LMDA ad levius LMCB: ita TX longior radius ad TS breviorem.

VErumenimvero ne casu potius quam solidâ scientiâ ita habere se ista videantur, Mathematicam demonstrationem subjungemus.

2 Exemplum.

DATVM. ABCD iterum esto columna, secta plano EF parallelo ad AD, secante axem GH in puncto contingenti, ut I, segmentique EFDA centrum gravitatis K medium in GI, segmentique EFCB centrum L medium in IH, totius autem ABCD, M medium in GH, MN verò segmentorum EFDA & EFCB ansa, unde situ æquilibria dependent.

QVÆSITVM. Demonstrandum est, quemadmodum corpus sive gravitas (quæ hic propter illorum proportionem, unum idemque sunt ut enim corpus EFDA ad corpus EFCB: ita illius gravitas, ad gravitatem hujus, columna enim ex positu ubiq; æquabilis gravitatis est) EFDA ad EFCB: ita longiorem radium ML esse ad breviorem MK.



DEMON-

DEMONSTRATIO.

1 MEMBRVM.

MH ex dato æquatur MG. utrique KM addito KH æquabitur MG & KM. ſubductoque deinde hinc GK, inde KI (ex dato autem GK & KI æqualia ſunt) KM & KM reliqua æqualia erunt IH reliquo, eorundemque dimidia æqualia fuerint.

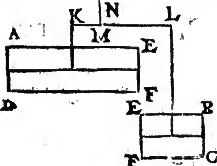
2 MEMBRVM.

MI ad KM & IL addito tota ML & IK æqualia erunt.

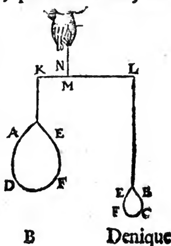
3 MEMBRVM.

Vt GI ad ſui dimidium KI: ſic IH ad ſui dimidium IL. & proportione alternatâ, ut GI ad IH: ita KI ad IL, atqui KI æquatur ML juxta 2 membrum, & IL ſegmento MK, juxta primum, ideoque ut GI ad IH: ita ML ad MK. Atqui ut GI ad IH: ita corpus ſive gravitas EFDA ad EFCB. itaque ut ponderoſior gravitas EFDA, ad leviorem EFCB: ita longior radius ML, ad breviorem MK.

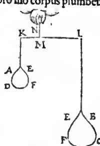
OCcurrerit hic non nemo. Propoſitionẽ de ſegmentis ejuſdem columnæ, & quidem æquabilis gravitatis à me eſſe demõſtratam, ignorari tamen an veritas in aliis, & variis ſegmentis figurarum irregularium, & materiæ inæquabilis eadem futura ſit: quapropter propoſitionis generalitatem ita deinceps demonſtrabimus. Iugum KL primi modi immotum manere imaginemur, ſegmentum autem EFDA demitti, lineâ è gravitatis centro eductâ ſuſpenſum è puncto K, reliquumque ſegmentum EFCB conſimiliter depreſſum è gravitatis centro L ſuſpendi, ſegmentumque EFCB ab EFDA diſtare, & ſitum eorũ eſſe qualem diagramma exhibet. Quando corpus primi modi ex anſa MN penderet, ſegmenta EFCB & EFDA ſitu æquipondia erant: neque in ſecundo pondus EFDA depreſſius altero, plus minúsve gravitatis quam in primo adfert jugo KL, ex 3 poſtulati ſententiâ. Neque EFCB pondus ſecundi modi plus gravitatis jugo adfert quam prius. Quapropter gravitates tam primi, quàm ſecundi modi eædem manent, jugíque ſitus idem qui erat prius. ideoque EFDA & EFCB ſitu æquilibria ſegmentaque columnæ tam diviſa, quam conjuncta ſitu æquipondia, atque radii eandem rationem, quam habuerunt, retinent.



Hoc probato, corpora EFDA & EFCB ſecundi modi aliter premendo fingendoque figuremus (materiam ceream, argillaceam, aliamve tractabilem eſſe ponamus) ut EFDA & EFCB modi ſecundi, EFDA & EFCB fiant tertii; KL jugum eundem poſitum ſervare, radioſque ML, & KM eandem rationem manifeſtum eſt, ideoque EFDA & EFCB ſitu æquilibria manere conſequens eſt, quia manente materiâ, mutatio formæ mutationem gravitatis non adfert.

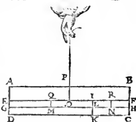


Deniq; E F D A & E F B C tertii modi mutatis, pro illo corpus plumbeum, pro hoc ligneum ejuſdem ponderis ſuſpẽdunto, eritque modus quartus, ut hîc videre eſt. Iugum in eodem ſitu manere, ideoq; E F D A & E F C B ſitu æquipondia, radiosque ejuſdem rationis eſſe nemini dubium eſſe poteſt.

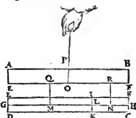


3 *Exemplum*.

Ponderibus corporeo etiam jugo ſuſpenſis idem demonſtrari poteſt, & quidem iſto pacto. Columna A B C D plano per axem E F eſto biſecta, axisque inferioris biſegmẽti E C, eſto G H. E C porro ſecta plano I K, ad baſin E D parallelo, axem G H ſecante in L, centrúmque gravitatis ſegmẽti I K D E eſto M, in medio G L, ſegmẽti verò I K C F ſit N, in medio L H, O denique totius A B C D, in medio E F. O P gravitatis diameter, totius corporis A B C D, M Q ſegmẽti I K D E, N R ſegmẽti I K C F. His poſitis, obſcurum eſſe non poteſt, quin columnæ ſegmentum dextrum ſiniſtro æquilibre ſit ſitu.



Inferiore ſegmento E F C D deorſum detracto, & ex M Q & N R lineis, ut in paradigmate exhibetur, ſuſpenſo, A B F E corporeum jugum antiquum nihilo minus obtinere ſitum dubium non eſt. Segmentum I K D E ab I K C F diviſum fingamus, & utrumque ab altero ita ſeparatum, ut quò Natura fert cadere poſſit, verum cum utrumq; è ſuo gravitatis centro M, N dependeat, primum obtinebit ſitum per 4 definitionem, & propterea neque in A B F E quicquam mutabitur. Sed I K D E eandem rationem ad I K C F habere, quam radium O R ad O Q, jam antea experientia docuit, adeo quidem ut quod prius in STATICO jugo (hoc eſt lineâ) exhibuimus, id jam nunc in corporeo exhibeamus. CONCLVSIO. Quapropter duarum gravitatum ſitu æquilibrium ponderoſior, illam rationem habet ad leviorem (cujuſcunque vel materiæ, vel formæ ſint corpora) quæ longioris radii eſt ad breviorem, quod nobis demonſtrandum fuit.



CONSECTARIUM.

E' primæ propoſitionis converſo conſequens eſt; Si ponderis gravioris ea ratio eſt ad levius, quæ longioris radii ad breviorem, pondera eſſe ſitu æquipondia.

1 PROBLEMA. 2 PROPOSITIO.

Dati & cogniti ponderis anſam invenire.

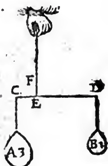
DATVM.

1 *Exemplum*.

DATVM. Pondus A suspensum è C libras tres, pondus alterum B suspensum è D unam pendeat, denique C D jugum sit.

QVAESITVM. Ansa invenienda nobis est.

PRAGMATIA.



C D ita dividitor, ut majus segmentum quod minoris ponderis est pendulam diametrum versus, illam rationem habeat ad minus, quam majus pondus ad minus. Sitque in E, ut quemadmodum 3 ℔ A, ad 1 ℔ B: sic sit E D, ad E C. Dico lineam per E pendulam, esse ansam.

2 *Exemplum*.

DATVM. Datum pondus esto columna A B C D 6 ℔ pendens, similiter columnæ primæ propositionis divisa. & ex Q suspensum pondus Y ℔ 12.

QVAESITVM. Ansa invenienda est.

PRAGMATIA.



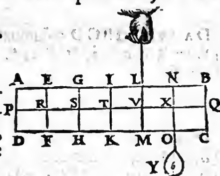
Columnæ pendula gravitatis diametrus est I T, ponderis verò Y est B Q, T Q jugum ita dirimẽdum est, ut ejus segmenta rationem habeant, quæ est inter 12 ℔ Y, & 6 ℔ columnæ, breviusq; segmentum ponderosioris Y diametrum versus sit, quæ est in X. ut N X ansa sit quæsita.

3 *Exemplum*.

DATVM. A B C D iterum columna esto. secta ut paulò ante, & Y 6 ℔ ex X pendeto.

QVAESITVM. Ansa est nobis quærẽda.

PRAGMATIA.



Columnę pendula diameter est I T ponderis verò Y, N X, T X jugum ita partitum, ut segmenta rationem habeant 6 ℔ Y, ad 6 ℔ columnæ, quod in V incidit, eritque V L ansa quæsita.

PRAGMATIA ALIVSMODI.

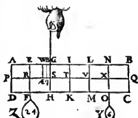
PEndula diametros ponderis M L B C Y est N X, M L A D verò est S G, & jugum X S, quod ita secandum est, ut segmentorũ ratio sit eadem quæ 8 ℔ pondens M L B C Y ad 4 ℔ M L A D, & illorum brevius à diametro pendulâ quæ est V gravius pondus versus sit, atque hoc modo V L quæsita erit ansa, ut prius.

4 *Exemplum.*

DATVM. ABCD columna esto, partita, ut prius, pendeatque Y 6 ℔ ex X, Z vero 24 ℔ ex R. QVAESITVM. Ansa quærenda est.

PRAGMATIA.

Diametros pendula pōderis ABCDY est LV, ex 3 exemplo, ponderis autem Z, RE, RV itaque jugum in duo segmenta secandum, ut ratio illorum sit 12 ABCDY ad 24 Z. & à pendulâ diametro quæ incidet in S, brevius segmentum gravius pondus versus sit, eritq; SG quæsita ansa.



PRAGMATIA ALIVSMODI.

PEndula gravitatis diametros ponderis ABCDZ esto ÆW ex 3 propositione; ut SÆ valeat $\frac{4}{7}$ SR, pendulaque diametros Y, XN esto, jugum vero ÆX ita partitum ut segmentorum ratio sit 30 ℔ ABCDZ ad 6 ℔ Y, & illorum brevius ponderum gravius versus sit à pendula diametro, quæ est S, atque isto pacto SG quæsita erit ansa.

PRAGMATIA ALIVSMODI.

PEndula gravitatis diametros YZ (per primum exemplum) est ◆Δ, ut S◆ sit $\frac{1}{7}$ SR, & columnæ diametros pendula TI, & T◆ jugum ita partitum, ut ratio segmentorum sit 30 ℔ Y cum Z, ad 6 ℔ columnæ, & SG hoc modo, ut prius, erit ansa quæsita.

5 *Exemplum.*

DATVM. ABCD columna esto partita ut prius, & Y 6 ℔ ex X, Z vero 24 ℔ ex R pendeat, & Æ 12 ℔ è Q. QVAESITVM. Ansa nobis quærenda est.

PRAGMATIA.

Diametros pendula ABCDYZ est SG, ex 4 exempli sententiâ, & Æ, QB, SQ est jugum in duo segmenta partiendum ut illorum ratio sit, quæ est 36 ℔ columnæ cum Y & Z, ad 12 ℔ Æ minus segmentum pendulam diametrum versus gravioris segmenti, quæ incidit in T, ut TI ansa sit quæsita.

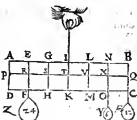
Si ex P præterea 24 ℔ essent suspensæ, SG esset ansa, & ita deinceps cum quovis alio pondere, quod ex jugo suspendi potest.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

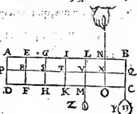
Gravioris pôderis A, in primo paradigmate, ea est ratio ad levius B, quę longioris radii E D ad breviorem E C. E F itaque per 9 definitionem ansa erit. Reliquorum exemplorum eadem demonstratio fuerit, quibus brevitatis causâ supersedemus.

CONCLVSIO. Cognitis igitur ponderibus datis ansam illorum invenerimus.



NOTATO.

Si ad Y, 2 paradigmatis pondus, 1 ℔ adderetur, & ex V 1 ℔ suspenderetur, ut hic infra ponitur, ex antecedentibus manifestum est X N ansam nihilo minus manere, & quæcunq; ex ea dependēt situ æquilibria esse. Idem N X manebit si Z 1 ℔ pendeat ex T, & Y 14 ℔ valeat; aut Z 1 ℔ ex S, & Y sit ℔ 15: itidem Z 1 ℔ ex R, & Y sit 16 ℔, aut ex P, & Y sit 17 ℔. & ita deinceps si jugum longius fuerit; perpetuo 1 ℔ ad Y addendo, pro longitudine cujusq; partis æquantis X V, quò Z promovetur. Unde qualitates & affectiones Stateræ cognoscuntur, ut plenius in Statices praxi tractabitur.

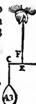


2 PROBLEMA. 3 PROPOSITIO.

Datis ponderibus situ æquipondiis, altero cognito, altero incognito, unà cum ansâ: incognitum cognitum reddere.

1 *Exemplum.*

DATVM. A & B duo pondera situ æquipondia sunto quorum A ex C suspensum 3 ℔ pendeat, B verò suspensum ex D ignoratur, E F ansa. QVAESITVM. Pondus B innotescat.



PRAGMATIA.

In rationem radii E D ad radium E C inquirendum est, sit autem ex hypothesi, ut 3 ad 1, dico igitur quemadmodum E D 3, ad E C 1: ita & 3 ℔ ad quem? proportione concluditur 1 ℔.

2 *Exemplum.*

DATVM. Quemadmodum 2 propositionis 2 exemplo, columna A B C D pro altero pondere 6 ℔ pendeat, reliquum pondus incognitū, & inde suspensum Y sit, ansa autē X N. QVAESITVM. In pōdus Y inquirendū nobis est.

PRAGMATIA.

Quandoquidem T I columnę diameter pendula est, Q B autē ponderis Y, T Q jugum erit, ejusque radius brevior X Q, X T vero longior. Inquirendum igitur quæ sit ratio X Q radii ad radium X T: esto ex hypothesi 1 ad 2. Dico igitur ut X Q 1 ad X T 2: ita columna 6 ℔ ad quem? pro Y concluditur 12 ℔. Hujusmodi plura exempla 2 propositionis exemplorum consimilia proponi possent, nisi jam ex antecedentibus innotuissent.

DEMONSTRATIO.

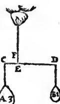
B primi exempli, si possit fieri, 1 ℔ ponderosius sit, non erit gravioris ponderis ea ratio ad levius, quæ longioris radii est ad breviorem, quod 1 propositioni repugnat. B igitur 1 ℔ ponderosius non est. eodemque pacto neque levius esse demonstrabitur. Ideoque unam tantum ℔ pendebit, quod demonstrandum erat. CONCLUSIO. Datis igitur duobus ponderibus situ æquipondiis cognito scilicet, & incognito, datâ item ansâ. Incognitum pondus cognitum fecimus, quod fuit quæsitum.

3 PROBLEMA. 4 PROPOSITIO.

Datis ponderibus cognitis situ æquipondiis, unà cum lōgitudine radii alterius: reliqui radii lōgitudinē invenire.

DATUM. A & B pondera situ æquipōdia sunto, A quidem ex C suspensum 3 ℔, B vero ex D 1 ℔ pendeat, & radius D E 6 pedes sit longus.
QUÆSITUM. Reliqui radii longitudo nobis invenienda est.

PRAGMATIA.



Proportio sic erit, ut A 3 ℔ ad B 1 ℔: ita D E 6 pedes ad E C 2. Plura exempla 2 propositionis exemplis conformia huc adducere possemus, nisi ex antecedente doctrinâ satis nota essent.

DEMONSTRATIO.

Si E C duobus pedibus longior esse fingatur, longioris radii minor ratio fuerit ad breviorem, quam gravioris ponderis ad levius, quod contra primam propositionem est. E C igitur 2 pedibus nequaquam longior est. Similiter neq; brevior esse demonstrabitur, ut duos tantum pedes longum esse consequens sit, quod erat demonstrandum.

CONCLUSIO. Datis igitur duobus ponderibus situ æquipondiis, & alterius radiorum longitudine: etiam reliqui longitudinem invenimus, ut petitum erat.

4 PROBLEMA. 5 PROPOSITIO.

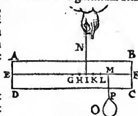
Datâ columnâ pondus invenire, quod ad columnam habeat datam rationem.

DATUM. ABCD columna esto, cujus axis E F, centrum G sit, data autem ratio 2 ad 3. QUÆSITUM. Pondus ejus rationis erit ad datam columnam: quæ est 2 ad 3, hoc est columnæ ⅔.

NOTA-

NOTATO.

Quemadmodum Arithmeticæ & Geometricæ propositiones diversas pragmatias habent, ita etiam STATICAE, de columna enim segmentum desecari posset, cujus ratio ad totam esse posset, quæ est 2 ad 3. Aut etiam columnâ integrâ manente quævis alia materia contra illam ponderari posset, indeque ⅓ auferri, verum Staticè illud ipsum efficere volumus, hoc pacto.



PRAGMATIA.

A centro G, F versus 5 puncta (5 scilicet pro toto datorum terminorum 2 & 3) ut H, I, K, L, M æqualiter spacio inter se dissita, signanda erunt, & in secundo puncto I (à secundo puncto inquam, quia 2 datorum numerorum alter est) columna è pendulâ gravitatis diametro IN suspendenda, necnon ex quinto puncto M aliquod pondus demittendum, ut O tantæ gravitatis, ut omnia in situs æquilibritate pendeant. Dico pondus O eâ esse in ratione ad columnæ pondus, in qua est 2 ad 3, aut O æquare ⅔ columnæ.

DEMONSTRATIO.

G gravitatis centrum est columnæ ABCD, MP vero pendula gravitatis diametros ipsius O, propterea ut radius IG ad radium IM: ita O ad columnam per primam propositionem. Atqui IG rationem habet ad IM, quam 2 ad 3, ergo & O ad columnam habet eandem rationem 2 ad 3, quod nobis fuit demonstrandum.

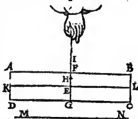
NOTATO.

Etiam * incommensurabilium terminorum exempla in medium adducere possemus, nisi ex antecedentibus manifesta essent, etiam ex iis, quæ de incommensurabilibus magnitudinibus alibi præcepimus. *asymmetrorum.

2 THEOREMA. 6 PROPOSITIO.

Pendulâ columnâ per gravitatis centrum à plano ad basin parallelo sectâ, firmitudinis autem puncto supra gravitatis centrum fixo: Axis horizonti est parallelus.

DATUM. ABCD columna esto per gravitatis centrum à plano FG ad basin AD parallelo secta, H autem firmitudinis punctum in pendulâ gravitatis diametro IG fixum, supra gravitatis centrum E: & KL axis, MN denique horizon.

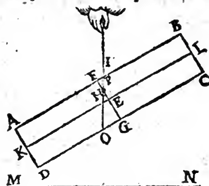


QUAESITUM. KL axem ad horizontem MN parallelum esse demonstrari oportet.

DEMONSTRATIO.

Axis KL, si fieri quidem potest ab horizonte MN inæqualiter distans esto,

esto, ut secunda figura exhibet, & I H producatur in O, A B secans in P, segmentumque columnæ P O C B contra P O D A æquilibre pendeat, atqui illud isto & majus & ponderosius est (C F G D A enim æquatur F G C B, triangulum autem F H I desectum de F G C B minus est triangulo O H G de F G C B desecto, ideo &c.) ponderosius itaque se leviori æquilibre erit, quod planè absurdum est. Quapropter K L ad horizontem M N parallelus est, ut in primo diagrammate.



Illud quoque tanquam Statices generale theorema habendum est.

Gravitatis centrum pendentis corporis in pendulâ gravitatis diametro esse.

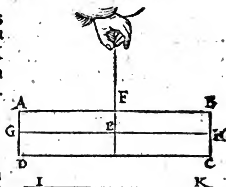
Atqui gravitatis centrum E secundi diagrammatis non est in I O pendulâ gravitatis diametro. Impossibile igitur.

CONCLUSIO. Columnâ igitur secta, &c.

3 THEOREMA. 7 PROPOSITIO.

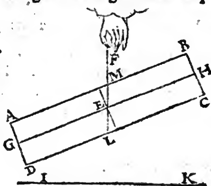
Si punctum firmitudinis centrum gravitatis sit pendentis columnæ, quemcunque ei situm dederis, servat.

DATUM. A B C D columna esto, ejusq; centrum E firmum fixumque, quo de linea E F sit suspensa, axis G H ad horizontem I K parallelus. QUAESITUM. Columnam A B C D, quemcunque situm dederis, retinere demonstrandum est.



DEMONSTRATIO.

Datæ columnæ (E puncto immoto) alium affingamus situm, quam prius, ut secundâ hac figurâ exhibetur, producaturque F E, ut in L usque, secans A B in M, eque suo situ, si quidem possit, emoveatur, & segmentum M L D A, vel M L C B nutet descendatque. Atqui duo ista segmenta magnitudine æqualia sunt, ideoque æquilibria, æquilibrium igitur alterum ponderosius esse altero consequens erit, quod prorsus absurdum est. Columna igitur situm suum obtinet, aut alium quemvis, quicunque ei tributus fuerit.



CONCLUSIO. Si itaque firmitudinis punctum columnæ centrum fuerit, quemlibet datum situm servabit.

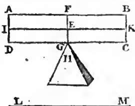
4 THEOREMA. 8 PROPOSITIO.

Si columna per gravitatis punctum sit secta à plano ad

basin

bafin parallelo, fueritque firmitudinis punctum in fecante plano, infra gravitatis centrum: Columna (naturæ ductu) fefe invertit donec gravitatis centrum in pendulâ gravitatis diametro fit.

DATVM. ABCD columna efto, per gravitatis centrum E fecta, plano FG ad bafin AD parallelo, G autem firmitudinis punctum infra gravitatis centrum E, quo faftigio H incumbit, & quiefcit, IK porro axis horizonti LM parallelus. QVAESITVM. Columnam invertere fe probandum eft, ufque dum gravitatis centrum in pendulâ gravitatis diametro fuerit. Sed naturæ, ut dixi, ductu nutuq;, Mathematicè enim in eo quiefcere poteft.



DEMONSTRATIO.

A. Quicquid jacet folum aliquod neceffe eft habeat ubi quiefcat.
E. Atqui columnæ nihil eft ubi quiefcat.
F. Columnia igitur jacere nequit.

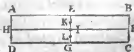
Syllogifmi hujus affumptio inde manifefta eft, quòd punctum nòn fit magnitudo, ideo neque folum. Verum quidem eft, fingere nos aliquando corpus ex hypothefi ita quiefcere, fed re verâ effectum illud reddere hominum nemo poteft. Adeo ut quantumvis axis IK horizonti LM parallelus ftatuatur, columna tamen (puncto G immoto) in illud latus fefe invertet à quo motus principium exftiterit. Quod autem eo ufque fefe motabit atq; invertet, donec gravitatis centrum in pendulam gravitatis diametrum incidat, è 6 propofitione manifeftum eft. CONCLVSIO. Sectâ igitur columnâ, &c.

1 NOTA.

Hic fi aliquis difcriminationem inter jacere, & pendere declarari fibi poftulaverit, hoc refponfum à nobis ferat. Pendere corpus, quando gravitatis centrum deorfum eft, vel in propinquo puncti in quo quiefcit; fin gravitatis centrum furfum eft jacere, ftare, federe exiftimamus. Iacere quidem quando longius latus fecundum horizontem fefe exporrigit, ftare quando horizonti perpendiculare eft, hinc illud eft quod cubum (quia latera habet æqualia) tam ftare quam jacere, tamq; jacere quam ftare propriè dicimus. Sedere inter utrumque medium effe.

2 NOTA.

Si quis argumentum trium propofitionum experientiâ edoceri cupidus eft, regulam ex ligno, aliâve quâlibet materiâ æquabiliter & craffâ & põderofâ fumat, ut ABCD. in eaq; punctis E, F, G, H in mediis lineis AB, BC, CD, DA fignatis, rectas EG, & HF fefe in I fecantes ducat. Deinde exiguum foramen, & tanquam acu punctum, terebretur in I, item fupra I in K, denique infra in L. Tum acu in K infertâ, ut liberè moveri poffit, diametrum HF, nunquã non horizonti parallelam munere; in I verò tranflatâ, regulam quemcunque fitum dederis fervare, denique in L inditâ, omnia in illud latus inverti, unde primum motus incipit, donec I in gravitatis fuæ centro fuerit,



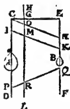
fuerit, experientia testabitur, cujus rei causa è 6, 7, 8 propositionibus manifesta est.

5 THEOREMA. 9 PROPOSITIO.

Ansa infinitum cõtinuata binorum ponderum jugum quodvis in suos radios secat.

DATVM. A, B duo pondera sunto, C D & E F eorum diametri. & jugum C E, ansa denique G H, ita ut C G sit ad G E, ut pondus B ad A. Esto & I K jugum inæqualiter à C E distans, & G H infinitum continuator L versus secans jugum I K in M. QVAESITVM. Demonstrandum nobis est I M & M K etiam radios esse ponderum A, B. id est, ut B ad A: sic etiam M I esse ad M K.

PRAEPARATIO. C N ducatur ad I K parallela, secans H L in O.



DEMONSTRATIO.

Quemadmodum C G ad G E: ita C O ad O N. Atqui C O æquatur I M, & N O ipsi M K, quapropter ut C G ad G E: ita I M ad M K. Atqui ut B ad A: ita ex concesso C G ad G E, ideoque ut B ad A: ita M I ad M K: eadem cujusvis jugi demonstratio est lineis C D & E F terminati, ut P Q secti in R, & quæcunque alia lineari possunt inter dictos terminos. CONCLVSIO. Ansa in infinitum cõtinuata secat quodvis jugum in suos radios, quod nobis demonstrandum fuit.

1 CONSECTARIUM.

Hinc consequens est, ut duorum ponderum pendula gravitatis diametros inveniatur, non necesse esse ut jugum horizonti sit parallelum. Verum quolibet modo situm isti usui sufficere.

2 CONSECTARIUM.

Quandoquidẽ centrum gravitatis in pendulâ gravitatis diametro est, quamlibet rectam inter duo gravitatis centra terminatam, etiam ponderum jugum esse cõsequens est, & radiorum jugi discriminationem gravitatis centrum esse amborum ponderum.

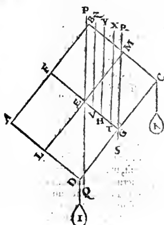
5 PROBLEMA. 10 PROPOSITIO.

Datis, firmitudinis puncto notæ columnæ, notisque ponderibus situ æquipondiis inde dependentibus: inveniri an axis parallelus futurus est horizonti, an quem dederis situm servaturus: an verò se inversurus, donec gravitatis centrum in pendulâ gravitatis diametro sit.

DATVM. A B C D columna esto 4 lb, secta per gravitatis centrum E plano F G ad basin A D parallelo, H firmitudinis punctum infra centrum E, medio

medio inter E,G loco,è columnâ autem duo pondera I, K, dependento, singula 4 ℔, & diametrorum firmitudinis puncta C, D, axis L M, horizon N O.

QVAESITVM. Inveniendum nobis, an axis L M ad horizontem N O parallelus futurus sit; an quicunque datus fuerit situs, retinebit; an denique invertet se donec, E centrum gravitatis in pendulâ gravitatis diametro sit, quæ est per H, quæ diversitates evenire possunt, pro variâ ratione gravitatis columnæ ad pondera, quæ inde dependent.



PRAGMATIA.

Ducatur P Q pendula gravitatis diameter columnæ per E, hinc per G pēdula diameter R S ponderum I, K, jugum erit E G, deinde secundæ proposit. adjumento, quo firmum ansæ punctum incidat, cognoscetur. Si enim infra H sit locus ejus, movet se L M donec ad horizontem N O parallelus sit; si in H, quicunque datus fuerit situs retinetur; sin supra H, omnia invertuntur. Atqui columna 4 ℔ pendet, ponderum I, K, item singula 4 ℔, ut amborum totus 8 ℔ sit ex concesso. E G itaque secta in T, ut E T ad T G illam rationem habeat quæ est 8 ad 4. Dico L M sese moturum (quod T infra H sit) donec ad horizontem parallelus fuerit. Columna 4 ℔ pendeat, pondera vero I,K binas, summa utriusque 4 ℔ fuerit: sectâ igitur E G in H (est autem H ex cōcesso inter E G medium) ut ratio E H ad H G ea sit: quæ est 4 ad 4; dico L M (quòd in H incidit) quemcunque situm dederis servare. Deniq; columna 4 ℔ esto, pondera I, K, vero singula 1 ℔, ut simul utrumque sit 2 ℔. quapropter E G secta in V, ut E V eam rationem habeat ad V G: quæ est 2 ad 4: inquio columnam & se, & omnia reliqua inversuram (quòd V supra H sit) usque dum H in sua gravitatis diametro fuerit.

DEMONSTRATIO.

Primum L M movere se donec horizonti sit parallela, I & K 4 ℔ pendentibus, ita liquet. Perpendicularis per T, ut I X, est pendula gravitatis diameter totius, eâ igitur omissâ, totoque ex perpendiculari per H, ut H Y, suspenso (H autem firmitudinis punctum est) segmentum B A, K, versus ponderosius erit, quam quod A D, I, versus est, idcòque B A, K, deorsum verget, donec H in pendulâ gravitatis diametro totius fuerit, atque tunc L M ad horizontem N O parallela fuerit.

Secundò, I & K binas ℔ pendentibus, L M quemvis datum situm servare, isto pacto arguitur. I & K in altitudinem elata esse fingamus, ut pro I & K, D & C centra gravitatis sint, nulla, ex 3 postulato, gravitatis mutatio columnæ adfere-

adferetur: Eoque posito & concesso, H gravitatis centrum est corporis è columnâ, & duobus ponderibus I & K compositi, & super eo centro quem dederis situm servabit per 4 definitionem, quod quovis in situ, in quo LM collocabitur, demonstrari poterit.

Denique I & K 1 ℔ pendentibus singulis, omnia inverti ita demonstratur. Perpendicularis per V, ut VZ, pendula gravitatis diameter est totius, eâ igitur omissâ, totoque è perpendiculari HY, per H datum firmitudinis punctum, suspenso, segmentum ADI versus ponderosius erit illo, quod BCK versus est, ideoque idem illud deorsum verget, donec H in pendulâ diametro totius fuerit, & tametsi maximè LM (toto in H firmitudinis puncto moto) ad horizontem NO parallela collocetur, istum tamen situm per 8 propositionem non retinebit, sed totum invertetur, quod nobis probandum fuit.

CONCLVSIO. Dato firmitudinis puncto notæ columnæ, &c.

Satis ex antecedentibus liquet, quomodo in aliis procedendum operandumque sit, ut in columnis quarum firmitudinis punctum extra GF lineam est, ponderum puncta firmitudinis alio loco quam in C & D. Verumenimvero, quia causas qualitatum & affectionum libræ è fundamētis eruere & aperire potissimum hic contendimus (qua de re in Statices exercitatione & praxi fusius dicetur) nulla admodum irregularium formarum exempla damus.

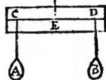
6 PROBLEMA. 11 PROPOSITIO.

Datis, notâ columnâ, notisq; ponderibus inde suspensis: invenire firmitudinis punctum, in quo quemlibet datum situm servabit.

1 NOTA.



Si duorum æqualium ponderum, ut A, B, firmitudinis puncta in columnæ axe sint à centro E æquidistantia, ut in istâ figurâ; dubium non est, quin E per secundam demonstrationis partem 10 propositionis, quæsitum sit punctum. Sed exemplum irregularis formæ esto.



2 NOTA.

Firmitudinis punctis ut C, D, duorum ponderum, item ansæ ut E, in unâ rectâ lineâ constitutis, ut paulò supra, eq; C, D ponderibus æquipondiis suspensis contingentis, sive cujuslibet magnitudinis, E perpetuò firmitudinis punctum manere manifestum est, in quo quemcunque dederis situm servabunt: & tribus istis punctis C, E, D in eadem recta constitutis, C vero & D non æqualiter ab E distantibus, & de illis suspensis ponderibus ad radios proportionalibus, E firmitudinis punctum nihilo minus manere certum est, in quo datum situm servabunt.

DATVM. ABCD columna 10 ℔ pendeat, cujus centrum gravitatis E, pondera inde suspensa F 1 ℔, H 4 ℔ pendeant, firmitudinis punctum illius G, hujus autem H.

QVAESITVM. Inveniendum nobis firmitudinis punctum, in quo quemvis datum situm servant.

PRA-

PRAGMATIA.

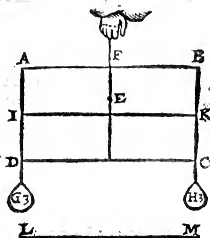
Iugum G I ponderum F, H fincetur, hinc radii 2 propositionis adjumento inveniantur, quorum K I ad K G ratio sit, quæ est F 1 ℔ ad H 4 ℔, tum F K, hinc columnæ, inde ponderum F & H, jugum ducatur, ita sectum in L, ut radius E L sit ad L K: quemadmodũ 5 ℔ F, & H ad 10 ℔ columnæ. L optatum erit punctum, in quo quemlibet datum situm servabunt, cujus demonstratio ex 7 propositione manifesta est.

7 PROBLEMA. 12 PROPOSITIO.

Datis, notâ columnâ cum firmitudinis puncto; notis item ponderibus inde suspensis, quę axem horizonti parallelum servant: pondus invenire, quod optato columnæ loco suspensum axem in dato situ servabit.

1 *Exemplum.*

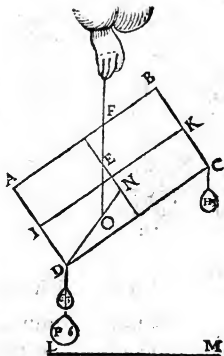
DATVM. ABCD columna 6 ℔ pendeat, cujus firmitudinis punctum E, ansa verò E F, duoque pondera G, H quorum utrumque 3 ℔ sit, I K axis ad horizontem L M parallelus, D optati loci punctus. Axis denique I K (universa in puncto E mobilia intellige) sustollatur ut in secundâ formulâ.



QVAESITVM. Inveniendum nobis pondus est, quod suspensum è D, axem in dato situ teneat.

PRAGMATIA.

Inveniendum est, ex 11 propositionis doctrinâ, firmitudinis punctum, super quo quemvis datum situm axis retinet, sitque N, hinc recta D N ducenda, perpendicularisq; E O, secans N D in O, postea ratio N O ad O D expendenda, sitque 1 ad 2, ex D igitur pondere P 6 ℔ suspenso, quod ad columnã unà cum G, H ponderibus, quæ simul 12 ℔ pendent, eam rationem habeat, quæ est 1 ad 2, dico P 6 ℔ quæsitum pondus esse.



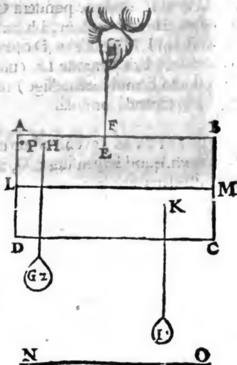
DEMONSTRATIO.

Gravius pondus 12 ℔ radii O N, illam rationem habet ad levius 6 ℔ radii O D, quam longior radius O D ad breviorem O N. Igitur ex ansa E F situ æquipondia dependent per 1 proposit. & per consequens axis I K datum situm servat.

2 *Exemplum.*

Columna A B C D 6 ℔ pendeat, cujus firmitudinis punctum E, ansa E F G pondus 2 ℔, I pondus 1 ℔, firmitudinis punctum illius H, hujus verò K, axis L M, parallelus horizonti N O. Punctum autem P in columnâ quæsitus locus esto. Hinc axis L M (universis in puncto E mobilibus) ut in secundâ formulâ sustollitur.

QVÆSITVM. è P suspendendum pondus, quod axem L M in dato situ servet.

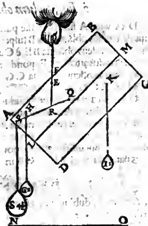


PRAGMATIA.

Firmitudinis punctum, ex 11 propositionis doctrinâ, invenitor, in quo si vertitur, datus situs quilibet retinetur. esto autẽ Q. Hinc P Q ducitur, perpendicularisque E R, secans P Q in R, inventaque ratione R Q ad R P, esto autem 1 ad 2, de P pōdus S $4\frac{1}{2}$ ℔, suspenditur, eâ scilicet ratione ad columnam

una

unà cum ponderibus G & I, quorum omnium totus est 9 ℔, quæ est 1 ad 4. S $4\frac{1}{2}$ quæsitum pondus esse dico.



DEMONSTRATIO.

Gravius pōdus 9 ℔ radii R Q eam habet rationem ad levius $4\frac{1}{2}$ ℔ radii R P, quæ longioris radii est R P ad breviorem R Q, situ igitur æquiponđia sunt ex ansâ E F per 1 propositionem, &, quod inde consequitur, axis L M in dato situ manet, quod demonstrandum fuit.

CONCLUSIO. Datâ igitur & cognitâ columnâ unà cum puncto, &c.

6 THEOREMA. 13 PROPOSITIO.

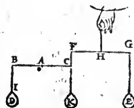
Æqualia pondera, unum elevans, alterum demittens æqualibus & angulis, & radiis, æquales potentias habent.

1 *Exemplum rectorum ponderum.*

DATVM. A punctum esto, in jugo sive trabe B C firmum, A B & A C æquales radii, pendeatque de B rectum pondus demittens sive descendens, de C vero adscendens sive attollens, hujusque jugum F G, firmumque ejus punctum H, æquales autem radii H F, H G, angulusque A B I æquetur angulo A C F. QVAESITVM. Rectum pondus descendens D, rectumque adscendens E, ex æqualibus radiis A B, A C æquales potentias habere demonstrandum nobis est. PRAEPARATIO. De C pondus K, æquale ponderi D, pendeto.

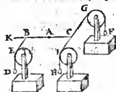
DEMONSTRATIO.

Amoto E, potentiam D esse radios A B, A C in dato situ retinere, manifestum est, pondera enim D & K, item radii A B & A C æqualia sunt. Amoto vicissim D, appenditor E, & hujus potentia est, radios A B & A C in dato situ retinere, pondera enim K & E, radiique H F & H G æquantur, E igitur & D pari potentiâ & vi in radios A B & A C agunt.



2 *Exemplum obliquorum ponderum.*

DATVM. A firmum ansæ punctum esto, AB verò & AC radii, D pondus descendēs obliquū, ex B suspensum, cujus linea descendens obliqua BE, è C autem obliquum pondus attollens F, ponderi D æquale, cujus linea attollens obliqua CG, anguliq́ue ABE & ACG æquentur.



QVAESITVM. Demōstrandum nobis est, D pondus descendens obliquum, & F obliquum attollens, ex paribus radiis AB, AC æquales habere potentias. PRAEPARATIO. Ex C pondus H descendens obliquum suspenditor, æquale ponderi D, & illius linea CI obliqua descendens parallela sit ad BE, & CB in K continuata.

DEMONSTRATIO.

Amoto F, dubium non est, quin potentia D contra H sit radios AB, AC in dato situ retinere, æquatur enim ipsi H, radii AB, & AC, itemq́ue anguli ACI & KBE æquales sunt. Amoto vicissim D, appenditor F, cujus itidem potentia est radios AB, AC in dato situ retinere quod pondus H æquetur ponderi F.

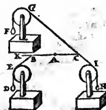
3 *Exemplum.*

DATVM. A firmum ansæ punctum esto, AB verò & AC æquales radii, & de B pondus D obliquè descendens, cujus obliqua linea BE, de C verò pondus F obliquè attollens dependeat, cujus linea obliquè attollens sit CG, angulusq́ue KCG angulo KBE æqualis.

QVAESITVM. Demonstrandum nobis pondus D obliquè descendens, pondúsque F obliquè attollens, in æquales radios AB, AC æqualem potentiam obtinere. PRAEPARATIO. De C pondus H obliquè descendens, ponderi D æquale, dependeto, cujus obliquè descendens linea CI, ut angulus ACI æquet angulum ABE.

DEMONSTRATIO.

Amoto F, potentiam ponderis D esse, radios AB, AC in dato situ servare non est incognitum, quod D æquale sit H, & AB radius, AC radio, angulúsque ACI angulo ABE. Amoto vicissim D, ponderi F appenso eadem potentia erit, AB & AC radios in dato situ servare, quod pondus H ponderi F sit æquale.



CONCLVSIO. Pondus igitur descendens, & attollens illi æquale, æqualibus angulis in æquales radios æqualem potentiam exercent.

8 PRO-

8 PROBLEMA. 14 PROPOSITIO.

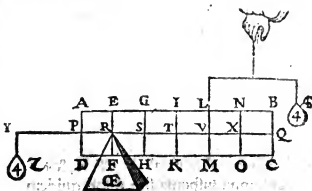
Datis, columnâ, inque ejus axe duobus punctis, uno fixo, altero in longiore segmento mobili: invenire pondus rectè attollens ex puncto mobili, quod datam columnam in dato situ conservet, retineatque.

DATUM. ABCD columna, secta ut in 1 proposit. initio, 6 ℔ pendeat, punctum ejus firmum R, mobile autem in longiore axis RQ segmento, V esto, in breviore enim fieri neutiquam potest, ut ullum pondus rectè attollens axem in dato situ detineat.

QUAESITUM. Pondus recte attollens nobis est inveniendum, quod in suo situ columnam servet.

PRAGMATIA.

Linea QR continuanda est in Y, ut RY æquet RV: hinc pondus Z inveniendum, quod de Y suspensum columnæ sit situ æquilibre: illud ipsum, quia R est punctum firmum, per 3 proposit. 4 ℔ pendebit. Dico itaque Æ quæsitum pondus rectè attollens 4 ℔ esse.



DEMONSTRATIO.

Quandoquidem radius RV ponderis Æ rectè attollentis æquatur radio RY ponderis Z. ipsaque pondera Æ & Z æqualia, istorum quoque potentias, ex 13 proposit. æquari consequens est. Atqui potentia Z est (amoto Æ) columnam in suo situ retinere: itaque & potentia Æ (amoto Z) eadem est, quod nobis fuit demonstrandum.

CONCLUSIO. Datis igitur, columnâ, & in axe duobus punctis, altero fixo, reliquo segmenti longioris mobili: rectum pondus attollens invenimus quod in puncto mobili columnam in dato situ conservat, quod fuit quæsitum.

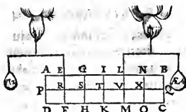
NOTATO

Compendio concludi posse quemadmodum VR 3, ad RT 2: ita columna 6 ℔ ad quem terminum quartum? concluditur pro Æ 4 ℔, ut paulò ante, cujus causa 15 proposit. patebit.

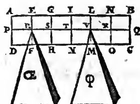
1 CONSECTARIUM.

QVandoquidem universa columna ex concesso 6 ℔ pendet, quarum 4 ℔ Æ attollit, necessariò sequitur in puncto R, hoc est, fastigio coni, vel pyramidis OE reliquas 2 ℔ quiescere.

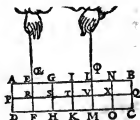
VEl, si ad R, pro cono Œ, pondus rectè attollēs addatur, ut hic videre est, Π 2 ℔ pendebit.



VEl, si ad V, loco ponderis Œ rectè attollentis, conus Φ adjungatur, ut videre hic est, quod super Œ quiescit 2 ℔, quod verò super Φ 4 ℔ fuerit.

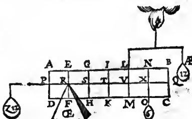


VEl, si è duabus parallelis Œ R, & Φ V columna suspensa sit: quod quidem de Œ R dependet 2 ℔, quod verò de Φ V 4 ℔ est.



2 CONSECTARIUM.

SI de columnâ (R puncto, ut supra, fixo) pondus, vel pondera suspensa sint, etiam pondus rectè attollens innotescet. Exempli gratiâ, si de X 6 ℔ dependent, Z 12 ℔ erit, per 3 proposit. ideóque & Æ totidem.



7 THEO-

7 THEOREMA. 15 PROPOSITIO.

Duorum punctorum in axe columnæ altero fixo, altero mobili: Pondus rectè attollēs ex mobili cum columnâ situ æquipondium, illam habet rationem ad columnam, quæ est segmenti axis quod inter centrum gravitatis & punctum fixum est, ad segmentum ejusdem quod inter fixum & mobile intercipitur.

DECLARATIO.

Figuras è 14 proposit. repetamus, è quibus patet ita esse T R ad R V: quemadmodum Æ 4 ℔ ad columnam 6 ℔. Sed ut causam hujus Mathematicè aperiamus, sciendum est, ita esse R T ad R Y: ut pondus Z ad pondus columnæ, per 1 proposit. Atqui Æ æquale est Z, & R V ex concesso æquale est R Y, itaque ut Æ ad columnam: ita T R ad R V. CONCLVSIO. Duorum igitur punctorum altero fixo, altero mobili, &c.

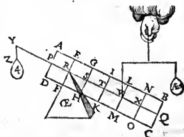
8 THEOREMA. 16 PROPOSITIO.

Duorum punctorum in axe columnæ, altero fixo, altero mobili: Pondus rectè attollens è puncto mobili servans columnam in uno aliquo situ, in quovis alio servare poterit.

DATVM. Columnam 14 propositionis cum suis pōderibus, in fixo puncto R nonnihil vertamus mutemusque, maneatque Æ pondus rectum extollens, cæteráque sint hujusmodi, quemadmodum hîc exhibentur.

QVAESITVM. Demonstrandum nobis est, Æ pondus rectè attollens columnam in dato situ servare.

DEMONSTRATIO.



Amoto Æ, Z vero 4 ℔ appenso, columna ex 10 propos. in dato manebit situ. Atqui Æ in puncto V, & Z in puncto Y vim potentiamque parilem columnæ adferunt ex 13 proposit. Amoto itaque Z, Æ appensum eodem in situ columnam tenebit.

CONCLVSIO. Duorum igitur punctorum in axe, altero fixo, altero mobili, rectè attollens pondus mobili appensum in uno aliquo situ columnam servans, in quovis alio servare poterit.

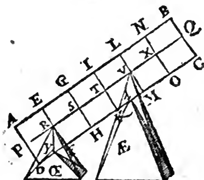
9 THEOREMA. 17 PROPOSITIO.

Columnâ ſuper duobus in axe punctis quieſcente: quemadmodum axis ſegmentum inter gravitatis centrum punctumque ſiniſtrum, ad ejuſdem ſegmentum inter gravitatis centrum punctumque dextrum: ita columnæ pondus ſuper puncto dextro quieſcens, ad reliquum ponderis ſuper ſiniſtro quieſcentis.

DATVM. ABCD columna 6 ℔ pendeat, ſecta quemadmodum in 1 propoſitione, duobus punctis R, V, ſuper OE, Æ quieſcens.

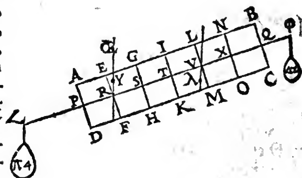
QVAESITVM. Demonſtrandũ nobis eſt, quemadmodum axis ſegmentum TR ad ejuſdem TV: ita eſſe pondus puncto V quieſcens in Æ, ad reliquum ponderis puncto R, ſuper OE quieſcentis.

DEMONSTRATIO.



TR duplum eſt ad TV ex theſi, & ſuper Æ 4 ℔, ſuper OE verò 2 ℔ quieſcunt, ex 1 conſect. 14 propoſitionis, atqui 4 ℔ ad 2 ℔ etiam dupla eſt ratio; quemadmodum TR ad TV: ita & pondus quod ſuper puncto Æ eſt, ad reliquum ponderis quieſcentis ſuper OE.

Verumenimvero generalis conſectarii neceſſitas demonſtretur; VR in Z cõtinuator, ut RZ æquetur RV, ſumptoque R pro puncto fixo, ex Z pondus Π 4 ℔ ſuſpendi neceſſe eſt, ut columna ſuo in ſitu cõſervetur, ex 3 propoſit. quod verò ex V, columnam eodẽ in ſitu, quo Æ, ſervat, parem cum Π potentiam habere ex 13 propoſitione neceſſe eſt. In Æ igitur pondus par ipſi Π quieſcit. Cõſimiliter RV in Φ continuator, ut VΦ æquetur VR, ſumptoque V pro puncto firmo, de Φ ſuſpendi Δ 2 ℔



neceſſe eſt, ut columna eodem in ſitu ſuſtineatur, per 3 exemplum. quod verò ex R columnam ſive vectem eodem in ſitu ſuſtinet, quo OE, tantundem potentiæ habet, quantum Δ, per 13 propoſit. pondus igitur in OE quieſcens æquatur ponderi Δ. Quandoquidem autem Π, ex R communi fulcimenti puncto, contra columnam ſitu æquilibre eſt, ratio radii TR eſt ad radium RZ, quæ eſt Π ad columnam, per 1 propoſitionem. Cõſimiliter V pro firmo puncto uſurpato, ratio radii TV ad radium VΦ eadem eſt cum ratione Δ, ad columnam, atque RZ æquatur VΦ. Duæ igitur proportiones nobis hic ſunt quaternûm terminorum, quorum ſecundi quartique æquales ſunt.

ſunt. Verum quæcunque binæ proportiones quaternûm terminorum, ſecundos quartosque terminos æquales habent, reliquos æquè rationales, id eſt proportionales habebunt. Vt TR igitur ad TV: ita Π ad Δ. Atqui pondus Π æquatur columnæ ponderi, quod puncto V, ſuper puncto Æ quieſcit; pondusque Δ ponderi, quod R puncto quieſcit ſuper OE. Ideoque ut TR ad TV: ita pondus puncto Æ innitens, ad pondus OE innixum.

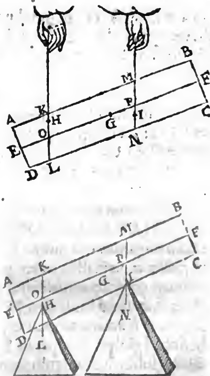
CONCLVSIO. Columnâ igitur duobus punctis axis quieſcente, &c.

CONSECTARIUM.

Si puncta, in quibus columna quieſcit, in perpendicularibus ſint per R & V ductis, pondera quæ antea ſuper quieſcentibus punctis erant, etiam nunc eſſe poſſunt. Per puncta R & V perpendiculares, exempli cauſa, ducantur, in iiſque puncta ut Y, & λ ſignentur. Si columna in Y & λ quieſcit, in Y 2 tb, in λ 4 tb quieſcere manifeſtū eſt, unde theorematis veritas manifeſta eſt.

10 THEOREMA. 18 PROPOSITIO.

Columna duobus in punctis quieſcēte: erit ut ſegmentum axis inter gravitatis centrum & perpendicularem per punctum ſiniſtrum, ad ejuſdem ſegmentum inter gravitatis centrum & perpēdicularem per punctum dextrum: ita ſuſtentatum pondus columnæ dextro puncto, ad pondus quod ſuſtinetur ſiniſtro.



DATVM. ABCD columna eſto, ejuſque axis EF gravitatis centrum G, puncta quibus columna ſuſtinetur H, I, quâ perpendiculares KL, MN ductæ axem in O, P ſecant. Dico quemadmodū GO ad GP: ita pondus puncto I ſuſtentatum, ad pondus reliquum quod H ſuſtinet: cujus demonſtratio ex conſectario 17 propoſit. manifeſta eſt. Verumenimverò, ut paulo fuſius de neceſſaria hujus veritate agatur, ſi H loco O eſſe fingamus, ratio pōderis puncto H ſuſtentati ad pondus P ſuſtentatum erit, quæ eſt GP ad GO, per 17 propoſit. Puncto H fixo, columnam in dato ſitu deſcēdere ponamus intervallo ab H uſque in O, pondus H puncto ſuſtentatū per 3 poſtulatum, idem manet. Cōſimiliter pondus quod in puncto P quieſcit, etiam puncto I quieſcere oſtēdetur, ut igitur GO ad GP: ita pōdus quod I ſuſtinet ad pondus quod ſuſtinetur in H. CONCLVSIO. Quieſcente igitur columnâ in duobus punctis, &c.

CONSE-

CONSECTARIVM.

Vnde consequitur. Si ratio ponderis in I quiescentis, ad pondus H quæreretur, ductis perpendicularibus K L, M N, secantibus E F axem in O, P, rationem G O ad G P fore quæsitam. Vnde & istud deducitur; columnæ gravitate cognitâ: pondera quoque cognosci quæ cuique puncto, ut H & I, innituntur.

HACTENVS RECTORVM PONDERVM GENERA DICTA SVNT; OBLIQVORVM PROPRIETATES DEINCEPS

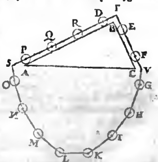
describendæ sunt, quarum omnium generalem veritatem tanquam fundamentum istud theorema complectitur.

11 THEOREMA. 19 PROPOSITIO.

Si triangulum planum horizonti est perpendiculare, basis parallela, reliquis autem lateribus globi singuli addantur æquilibres: erit quemadmodum trianguli latus dextrum ad sinistrum: ita sacoma globi sinistri ad antisacoma globi dextri.

Intellige sacoma podus esse quod additur ad æquipondium faciendum. Cui antisacoma opposuimus.

DATVM. A B C triangulum esto cujus planū ad horizontem sit rectum basis vero parallela. additorque lateri A B, quod ad B C est duplum, globus D. lateri vero B C globus E & pondere & magnitudine æqualis cum D.



QVAESITVM. Demonstrandū nobis est, quemadmodum latus A B 2, ad latus B C 1: ita sacoma globi E, ad antisacoma globi D.

PRAEPARATIO. Triangulū A B C quatuordecim globorum pondere & magnitudine æqualium, quasi coronâ ut E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, D, cinctum fingamus, qui omnes lineâ per cētro ipsorum, ut in illis moveri possint, transeunte, colligati æquali inter se spacio distent, ut illorū bini lateri B C, quaterni vero B A accommodentur, hoc est, quemadmodum linea ad lineam, ita globi sint ad globos. Insuper in S, T, V tria sint puncta immota ac fixa, quæ à lineâ sive globorum funiculo, cum movetur, raduntur, ac stringuntur: duæq; funiculi partes, quæ supra trianguli basin, lateribus A B, B C sint parallelæ, ut, quando connexio illa seriesq; globorum adscendit, descenditve, globi per crura A B, B C volui possint.

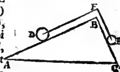
DEMON-

DEMONSTRATIO.

Si ſacoma quaternûm globorum D, R, Q, P, non æquaretur antiſacomati binorum, E F. alterutri graviores erunt: ſunto autem (ſi fieri poteſt) quatuor iſti D, R, Q, P; Atqui O, N, M, L, æquiponderant quatuor G, H, I, K. Latus igitur octo globorum D, R, Q, P, O, N, M, L, ponderoſius eſt latere ſex globorum E, F, G, H, I, K. Quia vero gravius præpõderat leviori, octo deorſum volventur, ſex vero reliqui ſurſum. Deſcenderit D, in O, & E, F, G, H ſint, loco P, Q, R, D, denique I, K, loco E, F. Atqui hoc ſi ſit, globorum ſeries ſive corona eundem ſitum cum priore habebit, eademque de cauſa octo globi ſiniſtri ponderoſiores erunt ſex dextris, ideoque rurſus octo illi deſcendent, ſex iſti adſcendent, ipſique globi ex ſeſe continuum & æternum motum efficient, quod eſt falſum. Pars igitur coronæ D, R, Q, P, O, N, M, L, parti E, F, G, H, I, K, ſitu æquilibris eſt. Si verò ab æquilibribus æquilibria tollantur reliqua manent æquilibria. illinc igitur O. N, M, L, hinc vero G, H, I, K, qui æquantur O, N, M, L ſublatis, reliqui D, R, P, Q, reliquis E, F ſitu æquilibres erunt. Atqui duobus iſtis quatuot illis æquilibribus, E duplo ponderoſior erit ſitu, quam D. Quemadmodum igitur latus B A 2 ad latus B C 1, ita ſacoma globi E ad antiſacoma globi D. CONCLUSIO. Si igitur trianguli planum horizonti ſit perpendiculare &c.

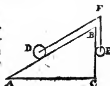
1 CONSECTARIUM.

Si A B C triangulum ſit, ut ante, ejusque latus A B duplum lateris B C, inque A B jaceat globus D, in B C verò globus E, ſubduplus ponderi D, & in F fixus ſit punctus quâ linea ſive funiculus D F E (è centro ſcilicet D, per F, in centrum E uſque) motus radit F fixum punctum, ut D F ab A B, & F E à B C æquidiſtans ſit: quia quatuor globi P, Q, R, D, ſitu æquilibres fuerunt duobus E, F, etiam globus D ſitu æquilibris erit globo E. Vt enim P, Q, R, D ad E, F: ita D ad E. Igitur quemadmodum latus A B, ad B C 1 ita globus D ad globum E.



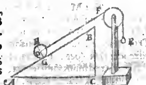
2 CONSECTARIUM.

SI latus trianguli B C, cui A B duplum eſt, rectum ad A C collocetur, ut expreſſum hic vides; globus D duplus ad globum E, cum E ſitu æquilibris erit, ut enim A B ad B C: ita globus D ad globum E.



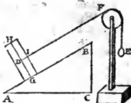
3 CONSECTARIUM.

SI loco puncti F trochlea ità collocetur, ut linea D F, obliquè extollens, ad A B ſit parallela, & pro globo E pondus ſit contingẽti quidem figura, ſed eodem cum illo pondere, erit cum D ſitu æquilibre. Ideoq; quemadmodum A B ad B C: ita globus D ad pondus E.



4 CON-

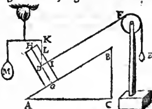
4 CONSECTARIUM.



Quandoquidem 3 consectarii globus lineam A B tangit in puncto G, tanquam firmo, globi axis G H perpendicularis est ad A B: quapropter amoto globo, loco ejus columna D ejusdem ponderis cum globo ponatur, ut axis G H (cujus punctum firmū G) perpendicularis sit lateri A B, & D F linea obliquè extollens ad A B parallela secans latus columnæ in I; erit etiam nunc, quemadmodum A B ad B C (ratio autem est dupla, ut ante) ita columna D ad pondus E.

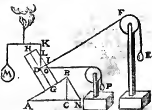
5 CONSECTARIUM.

Perpendiculari D K è columnæ centro D producta, ut ejus latus in L secet, triangulum L D I simile erit triangulo A B C, anguli enim A C B & L I D recti sunt, & rectæ L D, D I, parallelæ sunt ad B C, A B. Vt igitur A B ad B C: ita L D ad D I. Atqui ut A B ad B C: ita columna ad pondus E, per 4 consectarium, & propterea ut L D ad D I: ita columna est ad E. Ad lineam K D si pondus M, quod rectè extollat, & columnæ situ æquilibre est, adjungatur, ad columnam etiam æquipondium erit, per 14 proposit. ut igitur L D ad D I: ita M ad E.



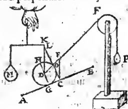
6 CONSECTARIUM.

BN ducatur, secans A C continuatam in N, consimiliter D O secans continuatam L I, hoc est, latus columnæ in O, ut angulus I D O æqualis sit angulo C B N. Appendatur quoque ad D O pondus P obliquè attollens, quod (amotis M, E ponderibus) columnam in suo situ conservet. Quia vero D L & B A, item D I & B C latera triangulorum D L I & B A C homologa sunt, hujusmodi conclusio inde deducitur. Quemadmodum B A ad B C: ita sacoma lateris B A ad antisacoma lateris B C (per 2 consectarium.) item quemadmodum D L ad D I: ita sacoma lateris D L ad antisacoma lateris D I, hoc est ita M ad E. Sed homologa latera triāgulorum similium A B N, L D O sunt A B & D L, item B N, & D O. Itaque ut supra, quemadmodum B A ad B N: ita sacoma B A ad antisacoma B N (per 1 consectarium) Et quemadmodum D L ad D O: ita illius sacoma ad hujus antisacoma, id est, M ad P. Si linea B N à puncto B aliovorsum; A scilicet versus, ultra B C fuisset ducta, etiam recta D O à D ultra

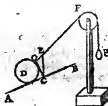


ultra D I cecidisset, hoc est, ut nunc citra: ita tunc ultra cecidisset, & præcedens demonstratio etiam isti fini accommoda fuisset, hoc est, quemadmodum B A ad B N ita facoma lateris B A, ad antifacoma lateris B N esset: & quemadmodum D L ad D O: ita facoma lateris D L, ad antifacoma lateris D O. hoc est M ad P. Vt ista proportio non tantum in exemplis valeat, in quibus linea attollens, ut D I, perpendicularis est axi, sed etiam in aliis cujusmodicunque sint anguli.

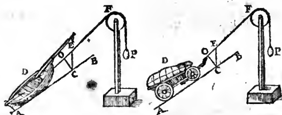
Ista etiam de globo in lineâ, ut A B, jacente intelligi possunt, nam & hic, ut L D ad D O: ita M ad P (modo C L ad A B perpendicularis sit, hoc est, parallela ad axem G H globi D) atqui pondus M globo D æquatur, ideo etiam ut L D ad D O: ita pondus globi ad pondus P. Verumenimvero, quia L D & D O intra globi soliditatem re ipsa delineari cōmodè non possunt, perpendiculari C E ductâ, extra globi solidum comprehēditur C E O triangulum L D O triangulo simile, cujus latera L D & C E, item D O & E O homologa erunt. Quemadmodum igitur L D ad D O: ita C E ad E O, & per consequens ut C E ad E O: ita globi pondus ad P.



Vt major claritudo hujus sit, sublatis aliis lineis omnibus dicatur ut C E ad C O: ita pondus globi D ad pondus P.



Neque illud de globis tantum verum est, sed etiam de quibusvis corporibus, puncta vel lineas stringentibus, aut etiam per illa volutis, ut infra videre est. Sed de his in STATICES praxi



pressius dicemus. Nam & hîc dicimus quemadmodum C E ad E O: ita pondus corporis D, ad pondus P.

Vnde etiam hoc manifestum: Si recta A B horizonti est parallela, qualem figuram hic juxta positam videre est, rectas C E & C O in unam & eandem lineam coire, ideoque inter E & O nullam longitudinē & propterea rectæ C E ad rectam E O nullam rationē fore. Hinc intelligere in proclivi est,

D nullum

nullum pondus, quantulumcunque fuerit in P, situ æquipondium esse posse cõtra corpus D, verùm (mathematicè intelligitor) loco promovere posse quantumvis põderosium fuerit. Vnde cõsequitur, quævis põdera secundum horizontem promota, cujusmodi sunt naves in aquis, plaustra in camporũ æquoribus, &c. ne muscæ quidem potentiam ad motum sui requirere, nisi quantum circumstantia obstacula officiunt, motumq; impediunt. ut Aqua, Aër, axium in modiolos suos, rotarumq; in viarum strata offensationes, & impactiones, & alia hujuscemodi.

SEd triangulũ A B N 6 consectarii, quandoquidem ad proportionem hanc nihil adjumenti, neque adfert, neque inde aufert, sublatum fingamus, & G firmum columnæ punctum coni, aut pyramidis fastigio inniti, ut vides; nihilo tamen minus erit, quemadmodum L D ad D O: ita M ad P.

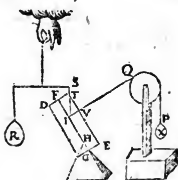
7 CONSECTARIUM.

VErum ne ista proportio solius columnæ esse videatur, ubi linea rectè extollens, ut D L, è centro est ducta, & firmum punctum axis extremitas est, ut G 6 consectarii: Triangulum A B C esto, cujus latus A B duplum sit lateris B C, & hoc ipsum B C perpendiculare reliquo A C: D E columna esto, ejusque axis F G, perpendicularis in latus A B, illudque secans in H; I verò contingens in eodẽ axe punctum. Esto & altera K L æqualis & similis D E columnæ, ejusq; axis M N, & O punctum tangens B C, eodem situ in sua columna, quo H in D E. P quoque punctum alterum eo situ esto in K L, quo I in D E. Q firmum punctum statuitor, quod linea I Q P ducta ac reducta stringat, radatque, ut I Q ad A B, Q P vero ad B C parallela sit. Propter causas, 19 propositione de quatuordecim globis enucleatas, (quæ etsi hic quoque de columnis similiter motis, & puncta firma stringentibus demonstrari possunt, præterire tamen animus est, quia istinc repetita facile intelligi possunt) sacoma columnæ K L duplum est, ad antisacoma columnæ D E.

8 CONSECTARIUM.

AD I, 7 consectarii pondus R rectè extollens, & columnæ æquilibre appenditor, cujus linea rectè attollens I S sit, secans latus columnæ in T, & I Q idem latus secet in V, & de P Q pondus X, pro columna K L, dependeto,

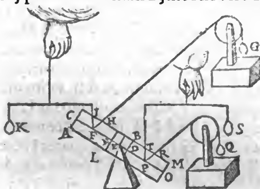
deto, subduplum æquilibris ponderis ejusdē columnæ, sublatoque triangulo A B C, columna D E quiescat in H, ut hîc vides. Ob causas jam nunc cōmemoratas, quemadmodum T I ad I V: ita R erit ad X. neque hoc tantū quando I V perpēdicularis est & recta ad axem F G, verum etiam quando contingēter obliqua. Cujus rei argumēta documētaq; speciatim dari possent, nisi hoc è 6 consectario clarum satis ac manifestum esset.



9 CONSECTARIUM.

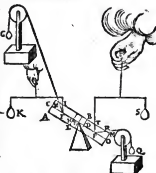
8 Consectario proportio declarata fuit, ubi I mobile punctum supra H fuit punctum fixum, & linea I V obliquè extollens H firmum punctum versus inclinata: eadem proportio in alio quovis situ demonstranda est, & primum quidem in illis, ubi mobile punctum infra fixum est, lineaque obliquè extollens à firmo inclinata est. & quidem isto pacto.

A B columna esto, ejusque axis C D, punctum firmum E, mobile vero F, pondus obliquè extollens G, cujus obliqua linea F H, F I verò linea rectè attollens, cujus rectum pondus K. Etiam L M columna æqualis & similis esto A B columnæ, ejusque axis N O, punctum firmum E, mobile F, ut E N æquetur E D, E F verò E P, pondus obliquè extollens Q æquale G, cujus linea obliqua sit parallela ad F H: pondus rectè extollens S æquale ponderi K, & linea illius recta P T. His ita positis & concessis A B & L M addantur, fiantque una columna A M, cujus centrum gravitatis erit E, ex thesi. Ponderibus K, G, S, Q, amotis, columna A M quemvis datū situm servabit in E puncto, per 7 proposit. eritq; columna A B cōtra L M columnam æquilibris. Rursus pondera Q, G æquiponderantia æquipōderantibus & quidem simili situ appendamus, Q & G, per 13 propositionem, in A M columnam ejusdem potentiæ sunt, ideoque quantum potentiæ est ponderi Q in L M columnam, tantundem quoque & G fuerit in suam A B. Atqui potentia G est, in situ suo retinere A B, per 6 consect. eadem igitur & Q erit in L M. Consimiliter eadem potentia K est in A B, eadem igitur S fuerit in L M. Quemadmodum itaque I F ad F H ita K ad G per 8 consectar. atqui T P æquatur I F, & P R, ipsi F H, item pondus S ponderi, K, pondusque Q ponderi G: ut igitur T P ad P R: ita S ad Q. Quapropter ista proportio, ut diximus, non minus constans est in exemplis, ubi mobile punctum P infra E firmum est, quam ubi supra, ubique linea P R rectè extollens à latere firmi puncti E declinat, quam ubi supra est, & obliquè extollens linea idem firmum punctum versus inclinat.



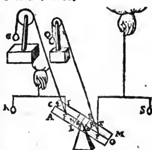
10 CONSECTARIUM.

Esto exemplar 9 consectarii simile, eo tantû dissimile, quod F H ultra F I, versus C declinet, quodq; H F C angulus RPO angulo sit æqualis, quapropter pôderi G in columnam A M tantumdẽ potentiæ est, quantû ponderi Q: & propter causas 9 côsect. cômemoratas (quas brevitatis causâ omittimus) G tantam vim columnæ A B adfert: quantam Q columnæ L M. Itaque ut T P ad P R: ita S ad Q, per 9 consectarium: at qui I F æquatur T P, & F H ipsi P R, ponduq; K ponderi S, & G ipsi Q. Quemadmodum igitur I F ad F H: ita K ad G.



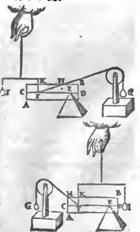
11 CONSECTARIUM.

ESto & 10 consectarii simile exemplû, eo tantû dissimile quod P R in alterû latus à P T declinet & P R ad F H parallela sit, ut Q & G columnæ A M æqualem vim inferant, &, propter causas 9 consectario dictas, quantum potentiç est ponderi G in columnam A B, tantumdẽ & pôdus Q obtinet in columnam L M. Vt igitur I F ad F H: ita, per 6 consectarium, K ad G. Atqui T P æquatur I F, & P R ipsi F H, & pondus S ponderi K & Q ipsi G. Quemadmodum igitur T P ad P R: ita S ad Q. Similiter aliorum omnium situum proportio ex contrario demonstrabitur.



12 CONSECTARIUM.

HAnc autem proportionem etiam in illis locum obtinere ubi axis horizôti parallelus est, ita demôstratur. A B columna esto, ejusq; axis C D ad horizontem parallelus, E punctû firmum, F mobile, G pôdus obliquè extollens, quod columnam eo in situ servat, cujus obliqua linea F H, I vero pondus rectè extollens, columnam itidem eodem servans in situ, ejusq; linea recta F K. His positis, dissimilis ratio esto (si fieri potest) K F ad F H, atq; I ad G: exempli gratiâ, ratio K F ad F H sit 1 ad 2: ratio verò I ad G 3 ad 7. Et hoc ita posito, prioris exempli columna demittitor, aut posterioris extollitor, usq; dûm ratio K F ad F H, sit 3 ad 7: tunc G contra columnam æquilibre erit, per antecedentia consectaria, ut columna sive altius elata, sive humilius depressa contra G æquilibris mansura sit: Atqui illud ἐν ἀδυνάτοις esse manifestum est,



quod

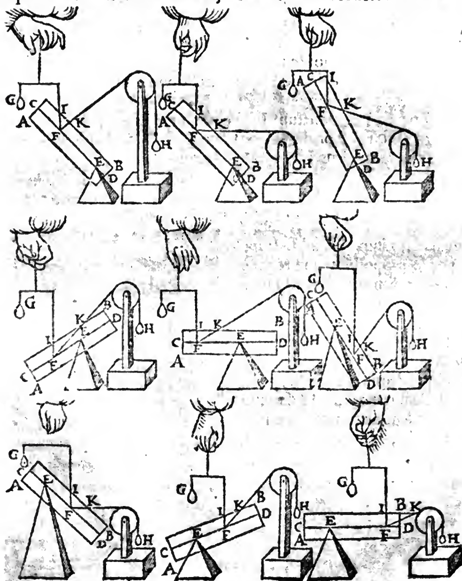
quod Mathematicè quoque ex 22 proposit. patebit. Quapropter ratio KF ad FH non est alia, quam I ad G.

Ex hisce jam dictis hujusmodi theoremata deducimus.

12 THEOREMA. 20 PROPOSITIO.

Si axis columnæ puncta habeat, firmū, & mobile, & ex isto dependentia pondera, unum rectè, alterum obliquè extollens, in dato situ columnam cōservant: erit quemadmodum linea rectè extollens ad lineam obliquè extollentem; ita illius pondus, ad pondus hujus.

DATUM. AB columna esto, cujus axis sit CD, in eoque E punctum firmum, F mobile, cui G pondus rectè extollens appensum columnam in dato situ servat; indidē etiam obliquum pondus H dependens (coërcito vel amoto G) in suo situ eandem detinet. Latus columnæ à lineâ rectè extollente in I, ab obliquè extollente in K secatur. Dico igitur quemadmodū rectè extollens IF ad obliquè tollentem FK: ita rectum pondus G, ad pondus obliquum H. Proportionis istius demonstratio, ex doctrinâ antecedēte manifesta est.



CONCLVSIO. Si igitur axis columnæ puncta habeat firmum & mobile, &c.

NOTATO

Si linearum altera latus columnæ non secet, eò usque continuandum esse latus donec secetur, ut in proximè antecedentium figurarum novissimâ videre est.

13 THEOREMA. 21 PROPOSITIO.

Si axis columnæ puncta habeat firmum, & mobile, ex quo dependentia pondera, unum rectè, alterum obliquè demittens in dato situ columnam conservant: erit quemadmodum linea rectè demittens ad lineam obliquè demittentem: ita pondus rectum ad pondus obliquum.

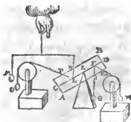
DATVM. A B esto columna, cujus axis sit C D, in eoque E punctum firmum, F mobile, cui G pondus rectè demittens appensum columnam in dato situ servat: indidem quoque dependēs pondus H obliquè demittens (coërcito vel amoto G) in situ suo eandem servat: linea rectè demittens secat latus illius in I, obliquè autem demittens in K.

QVAESITVM. Demonstrandum nobis est, quemadmodum I F rectè demittens, ad F K obliquè demittentem: ita esse pondus G rectè demittens, ad pondus H demittens obliquè.

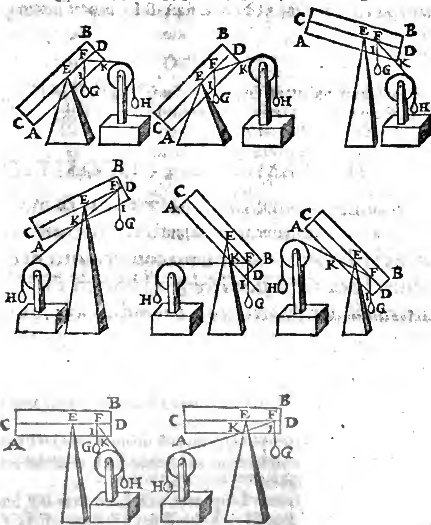
PRAEPARATIO. Punctum L signator, ut E L æquetur E F, hinc puncto L accommodetur pondus M rectè attollens, columnamque in situ servans, cujus recta attollens L N: itidem pondus O obliquè attollens, columnamque in situ servans, cujus linea obliquè attollens L P parallela sit ad F K.

DEMONSTRATIO.

Quemadmodum N L ad L P: ita M ad O per 20 propositionem, atqui potentia G in columnam æquatur potentiæ M, & potentia H potentiæ O per 13 propositionē, & recta I F rectæ L N, atque F K æqualis est L P. Quemadmodum igitur I F rectè demittens ad F K obliquè demittentem: ita pondus G rectè demittens, ad H demittens obliquè. eadem demonstratio erit aliorum omnium, ut videre est in subjectis exemplis.



CONCLV-



CONCLUSIO. Si igitur axis columnæ puncta habeat.

9 PROBLEMA. 22 PROPOSITIO.

Datis, notâ columnâ, punctisque in axe, altero firmo, altero mobili, ex quo ignotum pondus suspensum in dato situ columnam conservat: pondus notum facere.

DATVM. Columna ABCD 6 ℔ pendeat, secta ut in 1 proposit. cujus punctum X sit firmum, S mobile, ex quo suspensum ignotum pondus Y, obliquè extollens, columnæ sit situ æquilibre, cujus linea obliquè extollens secat latus columnæ AB in OE.

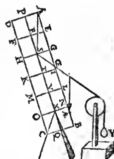
QVAESITVM. Ignotum pondus Y obliquè extollens notum faciendum est.

PRAGMATIA.

Primum omnium quodnam pondus rectè extollens de S suspensum columnam in dato situ servet, videndum est: invenitur autem, per 14 propositionem, 4 ℔ esse: deinde quæ ratio sit perpendicularis lineæ, ut Z Æ, ad Z OE, esto autem 2 ad 1. quare dico, quia 2 dant 1: pondus rectè extollens 4 ℔, dabit Y 2 ℔. illudque quæsitum pondus esse affirmo.

PRAEPARATIO. Perpendicularis per S, nimirum AS, ducatur.

DEMONSTRATIO.



Quemadmodū A S ad S Œ: ita rectè extollens pōdus ad Y extollēs obliquè, per 20 propos. Atqui triangulū Æ Œ Z triangulo Œ S A simile est, quorum homologa latera sunt, Œ Z cum Œ S, & Z Æ cum S A. erit igitur quemadmodum A S ad S Œ: ita Æ Z ad Z Œ, & consequenter quemadmodum Æ Z 2 ad Z Œ 1: ita pondus rectè extollens 4 lib. ad Y. Innotuit igitur Y 2 ℔ pendere, quod probandum fuit. Similiter in quibusvis aliis exemplis proceditur.

CONCLUSIO. Datis igitur, notā columnā punctisque in axe firmo, &c.

I NOTA.

Etiam isto pacto concludere licuisset: A S 2 dat S Œ 1: ego pondus 4 ℔ rectè extollens dabit Y 2 ℔. Verum ut operatio ipsi rei & naturæ magis conformis sit (intra solidum corpus enim A S & S Œ delineari nequeunt) externam perpendicularem in exemplo pro internâ assumere placuit.

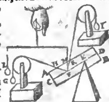
2 NOTA.

Quomodo autem terminus ignotus, ut pondus rectè extollens, linea tam rectè, quàm obliquè extollens, columna, datis tribus inversâ & alternâ proportione innotescat, ignotum esse non potest, quapropter brevitati studentes, omittemus.

14 THEOREMA. 23 PROPOSITIO.

Æqualia pondera suspensa de ductariis lineis, quæ ex eodem axis puncto in contrarias partes ductę æquales cum axe angulos faciunt: in columnam æqualem vim potentiamque exercent.

DATUM. A B columna, C D axis, E firmum, F mobile punctum esto, unde G obliquè extollens pondus dependeat, in suo situ columnam servans, cujus obliqua linea F H. Indidem à puncto scilicet F, & pondus I itidem obliquum, aliovorsum depēdeat, ejusdem cum G ponderis, cujus obliqua linea F K, æquans K F D angulum H F C angulo.



QUAESITUM. Demonstrandū est ponderis I tantundē potentiæ esse in columnam A B, quantum est ponderis G, id est, & I pondus (coërcito est amoto G) columnam eodem in situ tenere.

PRAEPARATIO. Ad idem punctum F, pondus L rectè extollens addatur, quod non minus, in illo situ columnam suspendat, cujus recta extollens est F M.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Quoniam rectæ F H, F K inter easdem sunt parallelas angulusque H FC, ex concesso, æqualis est angulo K F D, etiam F H & F K æquales sunt; unde consequens est, ita esse M F ad F K: quemadmodum est M F ad F H. Atqui quemadmodum est M F ad F H: ita est L ad G: ideoque ut M F ad F K: ita L ad G. I autē æquatur G ex thesi. itaque ut M F ad F K: ita L ad I: quo posito, etiam I columnam in eodem situ sustinet. per 20 propositionem. Consimilis planè in quibusvis aliis exemplis demonstratio fuerit.

CONCLVSIO. Æqualia pondera suspensa de ductariis lineis, quæ ex eodem axis puncto in contrarias partes ductæ æquales cum axe angulos faciunt: in columnam æqualem vim potentiamque exercent; quod nobis erat demonstrandum.

15 THEOREMA. 24 PROPOSITIO.

Potentia ponderis, cujus ductaria linea axi perpendicularis est, in columnam dati situs omnium est maxima.

DATVM. A B columna, C D axis, E firmum, F mobile punctum esto, eique G pondus obliquè extollens affigatur in situ columnam conservans, ut linea extollens H F horizonti obliqua axi C D sit recta. eidemq; F pondus I obliquè extollens, æquali cum G pondere, obliquâ linea K F affigatur.

QVAESITVM. Demonstrandum est ponderis G in columnam majorem esse potentiam, quam ponderis I, eamque potentiam omnium esse maximam. PRAEPARATIO. A D punctum F pondus L rectè extollens adfigatur, quod columnam in situ suo retineat, cujus rectè extollens sit F M.

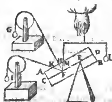
DEMONSTRATIO.

A. *Quodcunque pondus extollens minorem rationem habet ad L, quam sua linea extollens ad F M, levius est quam ut columnam in suo situ detineat. per 20 proposit.*

I. *Atqui I pondus extollens minorem rationem habet ad L, quam sua linea K F extollens ad F M.*

I. *I pondus extollens igitur levius est, quam ut columnam in suo situ detineat.*

Syllogismi assumptio ita approbatur. Pondus G (quod columnam in suo situ sustinet) eam habet rationem ad L, quam H F ad F M, atqui I æquatur G, K F vero major est quam F H. I igitur minorem rationem habet, ad L: quam K F ad F M. & propter ea, ut paulo ante monuimus, I levius est, quàm ut columnam eo situ sustineat: at G sustinere potest, potentia igitur G major est, quam potentia I. Potentiam vero ponderis G majorem esse nō posse inde cōstat, quod ab F, ea quidem columnæ parte, brevior linea quam F H duci non possit, quandoquidem perpendicularis est.



CONCLVSIO. Si igitur ductaria linea axi perpendicularis est, maximam potentiam in columnam dati situs habet, quod demonstrandum fuit.

CONSE-

CONSECTARIUM.

Hinc facile istud deducitur. Quò anguli ductariarum linearum unde pondera suspensa sunt, recto angulo proximiores sunt: eò ponderum potētias esse majores. Et contra, quo longius indidem, id est ab angulo recto dissident, potentias eorundem eò quoque minores esse.

16 THEOREMA. 25 PROPOSITIO.

* Inæqualiter distantes, non parallelæ.

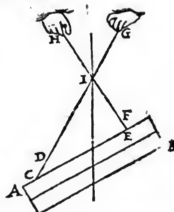
Duæ* annuentes lineæ, unde columna dependet, infinitùm continuatæ, in columnæ pendulâ gravitatis diametro sese intersecant.

1 *Exemplum.*

DATVM. AB columna, ex duabus lineis annuentibus CD, EF, dependeto, quæ in G & H continuatæ, sese mutuò in I secant.

QVAESITVM. Punctum I in columnæ AB pendulâ gravitatis diametro esse, demonstrandum est.

DEMONSTRATIO.



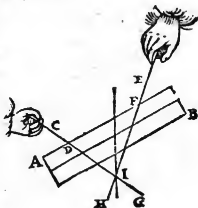
Anguli FEC, IEC, HEC unus idemq; est angulus; idem de DCE, ICE, GCE judicium esto, ut quicunq; punctus in rectis HE, GF pro extremo sumptus fuerit, columna, ex eo datum situm servet. Esto autem I extremus punctus, utriusque lineæ communis, ex illo igitur columna situm suum retinebit. Atqui columnâ ex I dependente, perpendicularis per I columnæ pendula gravitatis diametris fuerit, in qua est I.

2 *Exemplum.*

DATVM. AB columna ex duabus lineis annuentibus CD, EF dependeto, continuatis in G, H usque, mutuò se in I secantibus.

QVAESITVM. Punctum I in columnæ AB pendulâ gravitatis diametro esse, demonstrandum est.

DEMONSTRATIO.



DG, & FH tibicines & fulcra sunto, vel rigidæ & inflexibiles lineæ, per 2 postulat. quibus columna suffulcitur; quarū potentiæ æquales sunt potētiis CD. DF, ut enim istę, ita etiam illæ columnam in suo situ sustinent. Et quodcunque punctum in illis extremum nobis fuerit, illud columnam in suo situ servaverit. Esto autem I extremus & utriusque lineæ communis punctus; ex isto igitur columna (Mathematicè intelligas) datum situm retinet, & pendula gravitatis diametrus per I fuerit, & in eâ punctum I.

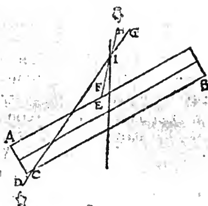
3 Exem-

3 *Exemplum.*

DATVM. AB columna, lineis CD, & EF, obliquè illâ demittente, hac extollente in dato situ conservetur, istæ autem continuatæ in I se intersecent.
QVAESITVM. Punctum I in columnæ AB pendulâ gravitatis diametro esse, nobis demonstrandum est.

DEMONSTRATIO.

Primum GC tibicen, & inflexibilis linea, deinde potētia ducendi deorsum, quæ erat in D, esto deorsum, contingenti inter C & G puncto, quoquo loco sumatur. Columna itaq; AB quovis puncto inter GC & EH medio, quod pro extremo sumitur, datum situm servabit. I autem extremus, & communis utriusque lineę terminus fuerit; columna itaq; inde suspensa datū situm retinebit, & propterea ipsius pendula gravitatis linea per I erit: & I in ipsâ.

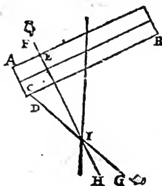


4 *Exemplum.*

DATVM. Columnam AB in situ suo servent, hinc quidem CD obliquè demittens, illinc EF obliquè extollens, quæ continuatæ intersecant se in I. QVAESITVM. I in columnæ pendulâ gravitatis diametro esse nobis demonstrandum est.

DEMONSTRATIO.

HE pro tibicine nobis esto, & linea inflexibili, potentia quoque sursum ducendi, quæ fuerat in E, esto sursum contingenti inter C & G puncto, quoquo loco sumatur. Columna AB quovis puncto inter CG, & EH medio, quod pro extremo sumitur, datum sitū retinebit. I autem extremus, & utriusque lineæ communis terminus fuerit, in quo datum situm columna retinebit, atqui in eo quiescēte columna, pēdula gravitatis diametrus est per I, & I in ipsâ diametro. CONCLVSIO. Duabus igitur lineis annuētibus, unde columna dependet, in infinitum continuatis, in columnæ pendulâ gravitatis diametro sese intersecant, quod nobis demōstrandum erat.



17 THEOREMA. 26 PROPOSITIO.

Si duarum linearum unde columna dependet, altera horizonti est perpendicularis, erit & reliqua: sin obliqua, obli-

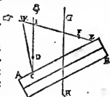
obliqua. Si illa huic* annuit, annuet & hæc illi: sin abnuit, abnuet.

* Annuere & abnuere parallelismo opponuntur.

DATVM. AB columna duabus lineis esto sustentata, CD quidem ad horizontem perpendiculari, EF vero (si possit) ad eandem obliquâ, & GH columnæ pendula gravitatis diametrus. QVAESITVM. Veritas propositionis à nobis demonstrari debet. PRAEPARATIO. CD, & EF infinitum continuantor mutuo se in I intersecantes.

DEMONSTRATIO.

Quocunque in situ columna de lineis CD, EF fuerit suspensa, eundem in quovis puncto firmo continuatarū linearum servabit, quod anguli ICE & IEC non mutentur. Posito igitur, I firmum punctum esse duarum linearum commune, columna ex eo suspensa datum situm retinebit, & IC pendula gravitatis diametrus erit. Atqui illud neutiquam fieri potest, quod GH isti parallela, ea ipsa sit. Eadem demonstratio fuerit, rectâ EF in oppositam partem inclinatâ. Si igitur IC horizonti est perpendicularis reliqua EF eidem nō potest esse obliqua, necessariò igitur perpendicularis etiam fuerit: Et per consequens si EF horizonti est obliqua, etiam reliqua obliqua fuerit.



Porro, quia EF, A versus annuit, etiam reliquam, quæ in dato situ columnam servat, EF versus annuere necesse est. Ab ea enim (si potest) declinet, ut CK, secans EI continuatam in K, perpendicularis per K, ob dictam causam, columnæ pendula gravitatis diametrus erit, quod magis absurdū est, quam eandem illam per I cadere. Neque hic igitur reliqua linea, columnam in dato situ servans, ab EF declinat, neque parallela est, quod antea demonstratum est, in latum autem decedere manifestè absurdum est. Quapropter necessariò EF versus annuit. Si vero EF in oppositam partem abiret, consimiliter etiam reliquam ab illa abire, & abnuere demonstrabitur.

CONCLVSIO. Si igitur, &c.

18 PROBLEMA. 27 PROPOSITIO.

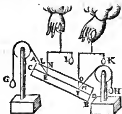
Si columna, & duo pondera obliquè extollentia situ æquilibria sunt, erit quemadmodum linea obliquè extollans, ad lineam rectè extollētem: ita * ponderum quodque obliquum ad suum pondus rectum.

* Pondus obliquum & rectum intellige rectè & obliquè extollens.

DATVM. AB columna, CD ejus axis esto, & in isto E, F puncta, quorum pondera, columnam in dato situ detinentia, sunt G, H, quidem obliquè, I, K verò rectè extollentia, & lineæ EL, FM obliquè, EN & FO rectè extollentes. QVAESITVM. Quemadmodum LE ad EN: ita esse G ad I, & quemadmodum MF ad FO: ita esse H ad K, demonstrabimus.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

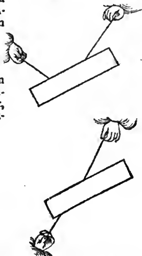


F firmum nobis esto punctum, E autem mobile. Itaque (per 20 proposit.) Quemadmodum L E ad E N: ita G ad I. E' nunc firmum nobis est punctum, F mobile. itaque (per dictam 20 proposit.) ut M F ad F O: ita H ad K.

CONCLUSIO. Igitur, si columna, & duo pondera obliquè extollentia situ æquilibria sunt, erit quemadmodū linea obliquè extollens ad lineam rectè extollentem: ita quodque pondus obliquum ad suum pondus rectum, quod nobis demonstrandum erat.

CONSECTARIUM.

Cognitâ columnâ è duabus lineis non parallelis suspensâ, ut hic juxtà vides, quantum ponderis de quaque lineâ pendeat, quantumve potentiæ quæque linea obtineat, innotescere posse manifestum est.



NOTATO

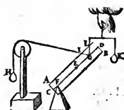
Plerisque omnibus in propositionibus hujus libri, columnam nos loco exempli usurpâvisse, tanquam figuram ad propositi nostri declarationem accommodatissimam, in axe præterea fixum & mobile punctum effinxisse: hac novissimâ tandem propositione generalem illarum veritatem, omniumq; figurarum, qualiacunque corpora, & quocunq; loco puncta, fixum & mobile fuerint, communem esse ostendere.

19 THEOREMA. 28 PROPOSITIO.

Quæcunque proportiones sunt columnæ ad pondera inde suspensa, ponderumq; lineas: easdem cujusvis etiam corporis esse ad sua pondera, consimiliter inde pendentia, ponderumque lineas.

DATUM. Exempli loco proportionem 20 propositionis repetamus, isto pacto. Columnæ A B, axis esto C D, gravitatis centrum E, punctum fixum F,

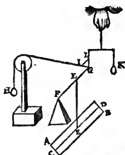
E mobile



mobile G, cui pondus H obliquè extollens affixum suo in situ servat columnam, & linea obliquè extollens GI. Pondus autem rectè extollens K, quo columna suo in situ consimiliter retinetur, ejusque rectè extollens linea GL. Dico igitur quemadmodum IG ad GL: ita H ad K.

QVAESITVM. Demonstrandum est, proportionem istam, non solum in corpore AB, quæ est columna: sed etiam in quolibet corpore contingentis figuræ veram & constantem esse.

DEMONSTRATIO.



Lineis FG & IL loco immotis, columna AB deorsum deducitor è suo gravitatis centro E suspensa, quemadmodum, hîc vides. Ista loci mutatio, ex 3 postulato, aliam gravitatis & ponderis contentionem punctis FG non adfert, omniaque situ æquilibria manent, atque etiam nunc ut GI ad GL: ita H ad K.

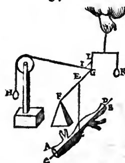
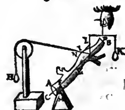


Figura columnæ, manente materiâ, in aliam & quidem irregularem transformetur, qualem hîc juxta vides in AB, cujus centrum gravitatis E, & recta per illud CD (quorum inventio in STATICES praxi Mechanicè non Mathematicè docebitur) omnia situ æquilibria manent, atque ut GI ad GL: ita A ad K etiam nunc est.



Corpus AB sursum reducatur, donec FG in rectam CD incidat, ut situs ejus sit, quem vides, omnia situ manent æquilibria. Solidum enim AB sive altius, sive humilius pendeat, per 3 postulatum, nihilo minus ejusdem ponderis est, & per cōsequens etiam hîc, ut IG ad GL ita H ad K. Proportio enim 2: propositioni non tantum columnæ est, sed cujuslibet etiam corpo-

ris

ris. Atque consimiliter cætera omnia, quæ de columnâ aliæ propositiones præceperunt, demonstrabuntur.

CONCLVSIO. Quæcunq; proportiones sunt columnæ ad pondera inde suspensa, ponderumque lineas: eædem sunt corporis cujusvis ad sua pondera, ponderumque lineas consimiliter dependentia.

CONSECTARIUM.

Dato puncta F, G necessariò in C D non esse, sed contingenti etiam loco esse posse manifestum est, ut in extremo etiam, exempli gratia, corpore M N. Lineâ enim I N continuata in rectam usque C D, incidat autem in G: perpendiculari etiam per M in rectam C D ductâ, cadat autem in F; dicta proportio (quemamodum I G ad G L: ita H ad K) firma & constans manet.

FINIS

LIBRI PRIMI.



STATICES
LIBER SECVNDVS
QVI EST
DE INVENIENDO
GRAVITATIS CENTRO.



Rimo quidem libro in ponderum affectionibus describendis, ut institutæ doctrinæ fidem faceremus, pro omnibus unam columnam usurpavimus, cujus gravitatis centrum, vel generali notitiâ, notum esse potest, in multis tamen aliis corporibus multò alia res est. Brevi & generali præcepto, in omnibus mechanicè reperiri posse verum equidem est, ut prima proposit. πρότάξεως *patebit, sed Mathematicæ inventionis dispar ratio est, quam rem in planis* Archimedes, *in solidis verò* Fredericus Comandinus *monumentis suis nobis prodiderunt. Ad utrunque (quia utriusque speciei idem principium, antecedenti doctrinæ non inutile, consequenti verò, tam* Hydrostaticæ *quam* Staticæ praxi *valde necessarium) nostra inventa adjunximus, omniaq; nostro more, & methodo disponentes secundum elementorum librum conscripsimus.*

Definitiones Geometricarum figurarum, si lector fortè desideras, ita habeto: illas ipsas ex Geometriâ, tanquam ex hypothesi notas, à nobis assumi; illud tantum monendus. Parabolam, *sive* Rectam coni sectionem, Brantsnee/ Conoïdale Rectangulum Brander *vocabulo nobis vernaculo nos appellasse, nominum autem etymologiam ab effectis esse, vis enim istarum figurarum in accendendo, urendoq; potissimum consistit.*

DE INVENIENDO GRAVITATIS CENTRO IN PLANIS, PARS PRIOR.

SI planis vel minimum pondus inesset, illudque rationem ad ipsorum magnitudinem habere cōcederetur, de planorum ponderibus, ponderū centris, diametris, &c. accuratè præcipi posset. Quia vero nullum pondus plano inest, neque gravitas igitur, neque gravitatis centrum, aut diameter, propriè & secundum naturam considerata. Modificatè igitur, & quidem metaphoricè, intelligenda sint, quasi ex thesi gravitas planis, pro ipsorum magnitudine, inesset. *Falsum enim conceditur, ut verum inde adstruatur.*

I THEOREMA. I PROPOSITIO.

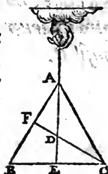
In omni plano figuræ centrum, gravitatis quoque centrum est.

1 *Exemplum.*

DATVM. ABC triangulum æquilaterum esto, & figuræ centrum D.

QVAESITVM. Idem D gravitatis quoque centrum esse trianguli ABC demonstrandum est. PRAEPARATIO. Ab angulo A recta AE in medium latus BC, consimiliter ab angulo C recta CF in medium latus AB ducatur.

DEMONSTRATIO.



Triangulo ABC lineâ AE suspenso, segmentum AEC segmento AEB æquilibre erit, sunt enim æqualia, similia, & similiter sita: quapropter AE gravitatis diameter est trianguli ABC. Eademque de causâ FC quoque ejusdem trianguli gravitatis diameter fuerit. Atqui istæ in figuræ centro D sese intersecant, quarum quæque gravitatis centrum in se habet, illud ipsum igitur D fuerit.

2 *Exemplum.*

ABCD Quadrangulum parallelogrammum esto, & figuræ centrum E.

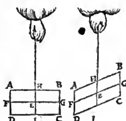
QVAESITVM. E etiam gravitatis centrum esse demonstrandum est.

PRAEPARATIO. Rectæ FG & HI inter laterum AD & BC, item AB & DC puncta media ducuntor.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Quadrangulo de lineâ HI suspenso, segmentum HIDA segmēto HICB æquilibre pendebit, quia æqualia sunt, similia, & similiter sita. HI igitur in parallelogrammo ABCD gravitatis diameter est, eandemq; ob causam & FG. Atqui istæ in E mutuo se intersecantes gravitatis centrum in sese habent. Quapropter E illud esse concluditur.

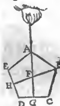


3 *Exemplum.*

DATVM. ABCDE ordinatum sive circulo inscriptū quinquangulum esto, & figuræ centrum F. QVAESITVM. F gravitatis centrum quoq; esse demonstrandum est. PRAEPARATIO. Ab A in medium latus DC recta AG; consimiliter à B in medium latus ED recta BH ducatur.

DEMONSTRATIO.

Quinquangulo de AG suspenso, segmentū AGDE segmento AGCB æquilibre erit. sunt enim æqualia, similia, & similiter sita. AG igitur nec non BH in eodem quinquangulo gravitatis diameter est. Atqui mutuò se in F figuræ centro intersecant, & illarum quæque gravitatis centrum in se habet. F igitur illud ipsum est. Eadem demonstratio aliarum omnium fuerit, quæcunque figuræ, centrum habebunt, cujusmodi sunt sexangulum, Circulus, &c.



CONCLVSIO. In omni igitur plano figuræ centrum, gravitatis quoque centrum est, quod nobis demonstrandum fuit.

2 THEOREMA. 2 PROPOSITIO.

Trianguli cujusque gravitatis centrum est in rectâ ab angulo in oppositum latus medium ductâ.

DATVM. ABC contingentis figuræ triangulum esto, ab ejusque angulo, A in D medium oppositi lateris BC punctum, recta AD ducta.

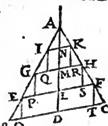
QVAESITVM. Gravitatis centrum dati trianguli in rectâ AD esse, demonstrandum est. PRAEPARATIO. Rectæ EF, GH, IK ad BC parallelæ ducuntor, secantes AD in L, M, N. ducuntor consimiliter EO, GP, IQ, KR, HS, FT ad AD parallelæ.

DEMONSTRATIO.

Quandoquidem EF ad BC parallela est, idemque EO & FT ad LD; quadrangulum EFTO parallelogrammum erit, in quo EL, LF, OD & DT æqualia sunt, ideoque gravitatis centrum in DL per 1 hujus proposit. eandemque ob causam parallelogrammi GHSP gravitatis centrum in LM.

&IKRQ

& IKRQ in NM, & per consequens idem centrum figuræ IKRHSFT OEPGQ, è tribus parallelogrammis compositæ, erit in recta ND vel AD. Quemadmodum vero in dato triangulo tria quadrangula inscripta sunt, ita infinita inscribi possunt, & inscriptæ figuræ gravitatis centrum nihilo minus, ob causas jam commemoratas, in AD rectâ erit. Verumenimvero quò plura quadrangula inscribuntur, eo minor trianguli ABC ab inscriptis differentia fuerit. Parallelis enim à latere AB per media segmenta AN, NM, ML, LD. ductis, differentia posterioris situs erit dimidium differentiæ prioris. Quapropter infinita hujusmodi progressione, & appropinquatione figura tandem invenietur, ut differentia inter ipsam & triangulum quovis plano, quantumvis minimo, minor sit. Unde sequitur, Si AD gravitatis diameter est, differentiā pōderis segmenti ADC à pondere segmenti ADB quovis plano, quantumvis minimo, minorem esse. Quare sic argumentor.



A. *Inæqualibus ponderibus aliquod pondus inveniri potest, quod ipsorum differentiâ sit minus.*

O. *Atqui hisce ponderibus ADC, ADB nullum pondus inveniri potest, quod differentia ipsorum sit minus.*

O. *Pondera igitur ADC, ADB non differunt.*

Ideoque AD gravitatis diameter est, in eaque propterea etiam gravitatis centrum trianguli ABC. CONCLUSIO. Cujusque trianguli gravitatis centrum est in rectâ, ab angulo in medium oppositi lateris punctum ductâ, quod demonstrari oportuit.

1 PROBLEMA. 3 PROPOSITIO.

Dato triangulo, gravitatis centrum invenire.

DATUM. ABC triangulum esto.
QUAESITUM. Centrum gravitatis inveniendum est.

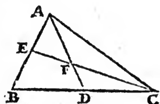
PRAGMATIA.

Ab A in medium BC recta AD ducatur, consimiliter à C in medium AB recta CE: Gravitatis centrum F esse dico.

DEMONSTRATIO.

Gravitatis centrum trianguli ABC est in rectis AD & CE per 2 propos. quod demonstrandum fuit.

CONCLUSIO. Dato igitur triangulo, gravitatis centrum invenimus, quod quærebatur.



3 THEOREMA. 4 PROPOSITIO.

Centrum gravitatis cujusque trianguli, rectam ab angulo in oppositum latus medium ita secat: ut segmentum inter ipsum & angulum, duplum sit reliqui.

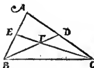
DATUM.

DATVM. Ab angulo B, trianguli ABC recta ducatur in D, medium punctum oppositi lateris, consimiliter & à C recta in E punctum medium lateris AB, secans BD in F, gravitatis centro trianguli ABC.

QVAESITVM. CF ad FE duplum esse demonstrandum est.

DEMONSTRATIO.

* Subductâ ratione EB 1 ad BA 2, de ratione DC 1 ad DA 1 (id est ratione $\frac{1}{2}$ de ratione $\frac{1}{1}$) CF ad FE reliqua est. Atqui ratione $\frac{1}{2}$ subductâ de ratione $\frac{1}{1}$ relinquitur ratio $\frac{2}{1}$. CF igitur ad FE est, ut 2 ad 1. CONCLVSIO. Gravitatis igitur centrum in triangulo ita secat rectam ab angulo in medium oppositi lateris, ut segmentũ inter ipsum & angulum ad reliquum duplum sit, quod fuit demonstrandum.



* Per inversionẽ cap 12. Almag. Ptolem.

4 THEOREMA. 5 PROPOSITIO.

Trianguli duorum laterum unumquoq; in tria æqualia segmenta partito: recta per sectionum puncta tertio lateri proxima, per gravitatis centrum est ducta.

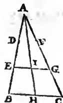
DATVM. ABC trianguli duo latera AB & AC utrumq; in tria æqualia segmenta secta sunto, illud punctis D, E, istud vero F, G. perque E, G, tertio lateri BC proxima, recta EG sit ducta.

QVÆSITVM. EG per trianguli ABC gravitatis centrum esse, demonstrandum est. PARASCEVE. Ab A in medium BC recta AH ducatur, secans EG in I.

DEMONSTRATIO.

* Quandoquidem ratio AE ad EB, est ratio AG ad GC recta EG ad rectam BC parallela erit, item EI ad BH. Quemadmodum igitur AE ad EB: ita AI ad IH, atqui AE ad EB ex concesso est dupla; dupla igitur erit & AI ad HI. Quia vero AI dupla est ad IH, I gravitatis centrum est trianguli ABC per 4 proposit. EG igitur per gravitatis centrum est ducta. CONCLVSIO. Trianguli igitur duorum laterum unoquoque in tria æqualia segmenta partito: recta per sectionum puncta tertio lateri proxima, per gravitatis centrum est ducta.

* 2. prop. 6 lib. Eucl.



2 PROBLEMA. 6 PROPOSITIO.

Dato plano rectilineo; gravitatis centrum invenire.

1 *Exemplum.*

DATVM. ABCD inordinatum quadrangulum esto.

QVÆSITVM. Gravitatis centrum inveniendum nobis est.

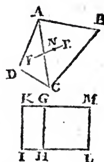
PRA-

PRAGMATIA.

Quadrangulum rectâ A C in duo triangula dividundum est,& cujusque gravitatis centrum,per 3 proposit. inveniendum: trianguli A B C esto E, A C D vero F, rectaque E F jugum*, hinc duo quadrâgula parallelogramma æquæalta cõstituenda, ut G H I K & G H L M, æqualia triangulis, illud quidem A C D hoc vero A C B, denique jugo F E in N ita secto, ut radius N E sit ad radium N F: quemadmodum H I, ad H L: N quæsitum gravitatis centrum esse dico.

*45 propos. 1. lib. Euclid.

10 propos. 6. lib. Euclid.

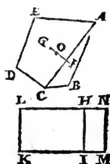


2 *Exemplum.*

DATVM. A B C D F inordinatum quinquangulum esto.
QVÆSITVM. Gravitatis centrum quærendum est.

PRAGMATIA.

Ductâ A C, centrum gravitatis trianguli A C B, per 1 propositionem, inveniendũ, sit vero F: itemque quadranguli A C D E, per 1 hujus exemplum, sitque G, & recta F G jugum, hinc duo quadrangula parallelogramma æquealta constituenda, ut H I K L & H I M N, quorum illud quadrangulo A C D E istud vero triangulo A C B æquetur. Denique jugo G F diviso in O, ut radius O F sit ad radium O G; quemadmodum I K ad I M: O quæsitum gravitatis centrum esse ajo.

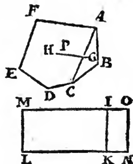


3 *Exemplum.*

DATVM. A B C D E F inordinatum sexangulum esto.
QVÆSITVM. Gravitatis centrum nobis quærendum est.

PRAGMATIA.

Ductâ A C gravitatis centrum trianguli A C B, per 3 proposit. quærendum, estque G, nec non & quinquanguli A C D E F, per 2 exemplum hujus, estque H.& recta G H jugum. Deinde duo quadrangula parallelogramma æquealta fabricanda sunt, ut I K L M æquale quinquãgulo A C D E F, & I K N O æquale triangulo A C B: divisoque jugo H G in P, ut P G radius illam rationem habeat ad P H radium, quæ est K L ad K N: P quæsitum gravitatis centrum esse dico. Atque ista pragmatiæ ratio in reliquis multilateris planis planissimè eadem est.



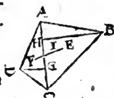
NOTATO

Etsi hactenus exempla fuere, in quibus datum planum in quadrangula parallelogramma æquealta mutatur, posse tamen absque transfiguratione hujusmodi rem expediri: ejusque rei nos varia exempla subjungere.

4 Exem-

4 *Exemplum.*

DATVM. A B C D irregulare & inordinatum quadrangulum esto. QVAESITVM. Gravitatis centrum nobis inveniendum est.



PRAGMATIA.

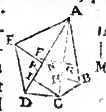
Quadrangulum rectâ A C in duo triangula secto ipsorum gravitatis centra, 3 propos. adjumento, inveniuntor. Trianguli A B C, esto E; A C D vero F; recta denique E F jugum. quo facto D G, B H perpendiculares ducuntor in A C. jugo F E, secto in I, ut radius I E, sit ad radium I F, quemadmodum D G ad B H; I gravitatis centrum esse dico.

5 *Exemplum.*

DATVM. A B C D E quinquangulum inordinatum esto.
QVAESITVM. Gravitatis centrum inveniendum est.

PRAGMATIA.

Quinquangulo duabus diagoniis A C, A D in tria triangula resoluto, quadranguli A C D E gravitatis centrum F per 4 propos. & trianguli A C B, G per 3 propos. inveniuntor, quæ connectat jugum F G; tum B G in A C, C I & E K in A D perpendiculares sunto, & tribus rectis A D, A C, H B in eadem analogia quarta inveniatur L M, deniquesecato jugum F G in N ut ratio segmentorum G N, N F eadem sit quæ C I & E K ad ipsam L M. N optatum gravitatis centrum esse dico.

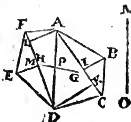


6 *Exemplum.*

DATVM. A B C D E F inordinatum sexangulum esto.
QVAESITVM. Gravitatis centrum inveniendum est.

PRAGMATIA.

Sexangulum tribus diagoniis in quatuor triangula dirimito, & quadrangulorum A D C B, A D E F gravitatis centra G, H per 4 propos. invenito, quæ connectat jugum G H. deinde in A C perpendiculares demittuntor B I, D K. similiter A L, E M in F D, jam tribus rectis quarum prima F D secunda A C, tertia composita ex B I & K D, in eâdem analogiâ invenito quartam N O, tumque jugum H G secato in P ut ratiô segmentorū G P, P H eadem sit quæ compositæ ex A L & E M ad ipsam N O. Ajo P quæsitum esse gravitatis centrum. Atque ità deinceps in cæteris multangulis.



DEMONSTRATIO.

In primo exemplo est radius N E ad radium N F, sicut H I ad H L, at sic quoque est parallelogrammum ut G H I K ad parallelogrammum G H L M; & æqueordinatè ut G H I K ad G H L M, hoc est per constructionem triangulum A C D ad triangulum A C B sicut N E ad N F. Punctum igitur N, (per primam 1 lib. propositionem) est expositi quadranguli gravitatis centrum. Simillima erit secundi tertiique exempli demonstratio.

 At quar-

At quarti exempli demonstratio pendet è proportione rectarum D G, H B & triangulorum A C D, A C B; Et enim ut D G ad H B sic erit, sumpta communi altitudine A C, rectangulum sub D G in A C ad rectangulum sub H B in A C, hoc est (quia istorum dimidia sunt) triangulum A C D ad triangulum A C B.

Pari ratione quinti exempli demonstratio, pendet ab analogia rectæ E K cum I C ad L M & quadranguli A C D E ad triangulum A C B. Enimverò cum L M sit quarta in analogia rectarum A D, A C, H B rectangulum extremarum A D in L M æquatur mediarum rectangulo A C in H B. Hinc tres rectæ E K, I C, L M pro basibus parallelogrammorum nobis sunto, quarum altitudo sit eadem A D, ideoque ut E K & C I ad L M sic rectangula duo E K in A D & C I in A D ad L M in A D sed duo illa rectangula sunt duplicia suorum triangulorũ hoc est quadranguli A E D C; & rectangulum L M in A D duplum est trianguli A B C quia æquale est rectangulo A C in H D ut supra jam patuit; quamobrem erit quadrangulum A E D C ad triangulum A B C sicut E K & I C ad B H sed sic quoque est propter constructionem, G N ad N F quare N est optatum gravitatis centrum.

Sexti exempli demonstratio huic affinis est. CONCLVSIO. Itaque dati rectilinei cujuscunque gravitatis centrum invenimus. Quod oportuit.

NOTATO.

Interim dum hæc prælo subjiciuntur nactus sum Federici Commandini Commentarium in Archimedis quadraturam paraboles, *ubi ad 6 propositionem rectilineorum gravitatis centrum invenire docet, modo ab horum utroque diverso. Si quis cognoscendi sit cupidus ipsum consulat.*

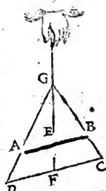
5 THEOREMA. 7 PROPOSITIO.

Securiculæ gravitatis centrum est in recta laterum parallelorum bisectionem connectente.

DATVM. A B C D securicula est qualem in Geometricis definivimus, duobus lateribus A B, D C parallela, recta ab E bisegmento A B, connexa cum F bisegmento ipsius D E. QVAESITVM. Quadrilateri A B C D gravitatis centrum in jungente E F consistere demonstretur.

PRAEPARATIO. Tres rectæ D A, E F, C B, propter homologiam segmentorum A E, E B, D F, F C eodem coïbunt in G.

DEMONSTRATIO.



Triangulum G D C suspensum ex rectâ G F faciet segmenta G F C, G F D per 2 propos situ æquilibria, ideóque trianguli G D C gravitatis centrum in recta G F consistet. Sed G E B triangulum triangulo G E A itidem situ æquilibre est, æqualia igitur & situ æquilibria utrimque deducta relinquent quadrangula A F F D, E F B C quoque situ æquilibria, & gravitatis centrum in ipsa G E, neque tamen in segmento exteriore E G, quamobrem in ipsâ E F. CONCLVSIO. Itaque securiculæ gravitatis centrum est in rectâ parallelorum laterum bisectrice.

6 THEO-

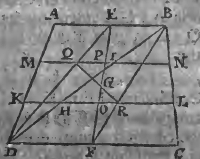
6 THEOREMA. 8 PROPOSITIO.

Securiculæ gravitatis centrum rectam parallelorum laterum bisectricem ita secat, ut segmentum bisectricis minori lateri conterminum ad reliquum sit, ut majoris paralleli lateris duplum minore auctum, ad duplum minoris cum majore.

DATUM. Latera A B, D C, securiculæ A B C D parallela sunto, bisectrix E F, & gravitatis centrum G. QUAESITUM. Duplam D C auctam ipsa A B, & Duplam A B cum D C, segmentis G E, G F proportionales esse demonstrandum esto. PRAEPARATIO. Diagonia D B tripartito dividatur in punctis H, I, parallelæ ab his terminis K L, M N, contra latus D C intersecent E F in O & P. Deniqueacta E D intersecet M I in Q; F B verò ipsam K L in puncto R, atque harum intersectionum puncta connectat Q R.

DEMONSTRATIO.

Quandoquidem centrum gravitatis trianguli B D C per 2 propos. est in recta B F, & per 5 propos. etiam in recta K L, centrum erit in concursu R, eâdem ratione Q erit centrum gravitatis trianguli A B D. Quamobrem Q R horum triangulorum jugum erit, in quo utriusq; seu quod idem est securiculæ A B C D gravitatis centrum consistit, sed idem per propos. 7 quoq; est in F E; Itaque G centrum gravitatis erit quadranguli A B C D. Triangula autem C D B, A B D, intra easdem parallelas ex



hypothesi cõsistentia, erunt ut bases, hoc est, D C ad A B, ut C D B ad A B D, sed sic per 1 propos. 1 lib. radius G Q ad G R, atque ita P G ad G O (quia clauduntur parallelis M N, K L) omissis itaque mediis, ut D C ad A B sic G P ad G O. Ideòque (per 15, 16 & 24 propos. 5. lib. *Euclid.*) ut dupla D C cum A B, ad duplam A B auctam ipsa D C, sic dupla G O, aucta G P, ad duplam G P plus ipsa G O. Verum G E æquatur duplici G P cum G O; Et G F item duplici G O plus G P. Quamobrem ut D C bis plus A B, ad A B bis plus D C, sic G E ad G F. CONCLUSIO. Itaque securiculæ gravitatis centrum, &c.

3 PROBLEMA. 9 PROPOSITIO.

Dato cum totius plani, tum segmenti cujus ad reliquum ratio sit nota, gravitatis centro; ejusdem reliqui centrum invenire.

1 *Exemplum.*

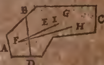
DATUM. Rectilinei plani A B C D gravitatis centrum E, segmenti verò B D A, F centrum esto. QUAESITUM. Reliqui segmenti B D C gravitatis centrum invenire.

CONSTRVCTIO.

Continuator F E in G, ita ut ratio F E ad E G, sit eadem rationi segmenti B D C ad segmentum B D A; ajo G reliqui segmenti B D C optatum esse gravitatis centrum.

DEMONSTRATIO.

Cum F centrum sit B D A, & E totius A B C D, reliqui segmenti centrum erit in F E infinitum continuata. (Secus enim, si fieri possit, cadat extra in H, totius igitur rectilinei gravitatis centrum consisteret in recta F H, quod tamen thesi repugnat, nam statuitur in E) quamobrem inquam cum sit in ipsa F E infinitum continuata aut ultra aut citra G, E versum cadet, si citra ceciderit ut in I ratio lõgioris radii E F, ad breviorem E I, major fuerit, quam gravitatis ponderosioris B C D ad leviorem B A D contra 1 propos. lib. 1. quamobrem citra G, E versus non cadet: neque ultra G quod simillima ratione evincetur. Necessariò itaque in puncto G. Quod demonstrari oportuit.



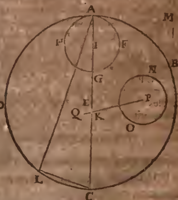
2 *Exemplum.*

DATVM. Circuli A B C D semidiameter est E A, E centrum gravitatis, circelli A F G H eidem inscripti gravitatis centrum I, diameter A G.

QVAESITVM. Reliqui segmenti A B C D H G F gravitatis centrum invenire.

CONSTRVCTIO.

Continuator I E in K, ut I E ad continuationem E K habeat rationem quam spatium A B C D H G F ad circulum A F G H; ajo K esse optatum gravitatis centrum, cujus demonstratio simillima superiori. Verùm quò arbeli hujus ad reliquum circulum ratio ad rectas lineas revocetur, sic ages; Si inscriptæ C L diametro A G æqualis terminum L cum reliquo diametri termino C connectat adiametrum A L, & rectis A L, L C diametro & inter se conterminis tertia proportionalis sit M, ratio spatii ad circulum AFGH (cùm A L C angulus in semicirculo sit rectus) erit eadem quæ primæ rectæ A L ad tertiam M, & circulus diametri A L, spatio dicto æqualis, nam A L ad M ratio est duplicata A L ad L C, hoc est ad A G.



Eadem planè ratio fuerit si plures circelli ex integro A B C D forent exempti; dicis gatia, desit præterea circulus N O, cujus centrum erat P. Continuetur P K centra connectens ad Q usque ut P K ad K Q sit quemadmodum reliquum ad circulum N O. Quare erit optatum gravitatis centrum, atque ita dein-

deinceps in cæteris simili machinatione, quorum segmentorum ratio per artem cognosci possit. CONCLVSIO. Quamobrem datis planę superficiæ & segmenti ejusdem gravitatis centris & C.

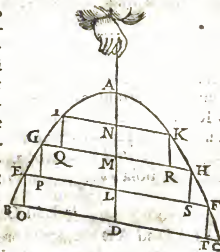
7 THEOREMA. 10 PROPOSITIO.

Parabolæ gravitatis centrum est in diametro.

DATVM. Parabola ABC, axis AD. QVÆSITVM. Centrum gravitatis in AD consistere demonstrato. PRAEPARATIO. EF, GH, IK basi BC parallelæ intersecent diametrum AD in punctis L, M, N, & eædem intercipiant rectas EO, GP, IQ, KR, HS, FT axi AD parallelas.

DEMONSTRATIO.

Cum enim parallelæ EF, BC, claudantur EO, FT, parallelis, EFTO parallelogrammum erit, cujus opposita latera EF, OT in L & D bifariam dividuntur, quare centrum gravitatis per 1 propos. in LD consistet. Eadem ratione centrũ gravitatis quadranguli GHSP erit in LM, itemq; ipsius IKRQ in MN. Quamobrem gravitatis centrum rectilinei IKRHSFTOEPGQ è tribus istis parallelogrammis cõflati in DN, seu DA consistet. Sed quò frequentiora hujusmodi parallelogramma in parabolam inscribuntur, eò minor erit inscriptæ figuræ à parabola defectus. Quamobrem infinita hac parallelogrammorum inscriptione eo adscenditur ut ejus à parabola defectus quacunque minima proposita superficie minor sit, consequens igitur est, sumpta AD gravitatis diametro, æquilibritatem situs segmenti ADC ab æquilibritate situs segmenti ADB, minori intervallo abesse quàm vel minimæ quæ dari possit superficiei planę differentia: unde concludo.



Ponderum inæqualium situ gravium differentiâ minus pondus exhiberi potest:
Atqui ponderum horum ADC, ABD situ gravium differentiâ pondus minus exhiberi nullum potest.
Ponderum igitur ADC, ABD situ gravium differentia nulla est.

AD igitur erit diameter gravitatis, & propterea parabolæ ABC gravitatis centrum in ipsa. CONCLVSIO. Itaque paraboles gravitatis centrum est in diametro. Quod demonstrasse oportuit.

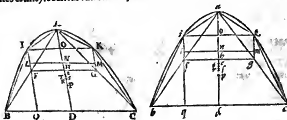
8 THEOREMA. 11 PROPOSITIO.

Parabolarum diametri à gravitatis centro in homologa segmenta dirimuntur.

DATVM. Sunto ABCD & *abcd*, dissimiles parabolæ, harum diametri AD, & *ad*, denique gravitatis centra E & *e*.

QVÆSITVM. Segmenta AE, ED, segmentis *ae*, *ed* proportionalia esse demonstrator. PRÆPARATIO. Rectas AB, AC, à vertice parabolæ

ad basis terminos eductas bisecet F G, in G & F, & diametrum A D in H, & ab ipsis bisectionum punctis sint F I, G K parallelæ contra A D, quarum vertices cum vertice sectionis & termino basis proximo connectantur rectis I A, I B, K A, K C; deinde eædem illæ F I, G K æquales (parallelæ diameter enim A D, parallelarum I F, K G si ad B C basin educantur sesquitertia esset per 19 propos. *Archimed.* de quad. parab. & sublatis æqualibus, reliquæ I F, K G æquales erunt) secentur ratione dupla in L & M, tum recta L M connexa, in-



tersecet diametrum A D in N, & I K eandem in O. Præterea tota diameter A D, secetur dupla ratione in P, parallela autem I F continuata occurrat basi B C in Q. Quandoquidem igitur A P dupla est ipsius P D, P erit trianguli A B C gravitatis centrum, eadem ratione L, M, erunt centra gravitatis triangulorum A B I, A C K, Ideoque N (sunt enim triangula æqualia) utriusque commune centrum, quare N P jugum erit, quod secetur in R, ut ratio N R ad R P sit eadem quæ trianguli A B C ad duo triangula A B I, A C K, hoc est ut 4 ad 1 (parabola enim trianguli æqualti in eadem basi sesquitertia est, demonstrante *Archimede* propos. 24. de quadratura paraboles. Simili planè via secetur parabola *a b c*.

DEMONSTRATIO.

Vt A D ad A O, sic per 20 prop. 1 lib. *Apoll.* quadratum D B ad quadratum O I, hoc est ad Q D, sed Q D dimidia est ipsius B D, nam F Q parallela contra A D bisecat inscriptam A B, quadratum itaque D Q hoc est O I subquadruplum erit quadrati B D, & segmentum igitur A O $\frac{1}{4}$ erit totius A D, cui O H æqualis est, nam integra A D bisecatur in H, & N H $\frac{1}{12}$ ejusdem, quæ ad H D $\frac{1}{2}$ addita exhibet N D $\frac{7}{12}$ de qua deducta P D $\frac{1}{3}$ relinquet P N $\frac{1}{4}$, sed R P subquadrupla est ipsius N R, & totius igitur A D subvigecupla, quæ addita ad P D $\frac{1}{3}$ dabit D R $\frac{23}{60}$ & reliquam R A $\frac{37}{60}$. Quamobrem ut 37 ad 23 sic A R ad R D. eodem modo evincetur segmenta alterius parabolæ *a r*, *r d*, esse, ut 37 ad 23. Itaque rectilinea simili ratione in dissimilibus parabolis inscripta centrum gravitatis habent in diametris, à quibus ipsæ diametri in homologa segmenta dividuntur. Ac denique si in parabolæ segmentis B I, I A, A K, K C triangula itidem ut in segmentis B I A, A K C inscribantur, & rectilineorum gravitatis centra S & *s* inveniantur, tandem similiter concludes A S, S R, segmentis *a s*, *s r* proportionalia esse, verum infinita hujusmodi inscriptione continuô ad E & *e* propius acceditur. Itaque hujusmodi rectilineorum γνωρί-μως scitè (ut cum *Archimede* loquar) in parabolas inscriptorum gravitatis centra, diametros A D & *a d* in segmenta homologa perpetuò tribuent; atque adeò ipsæ quibus inscribuntur parabolæ A B C, *a b c*, segmenta diametri proportio-

Definit Archimed. prop. 1. lib. 2. ἰσορροπικῶν.

portionalia habebunt. Etenim si T sumatur centrũ gravitatis parabolæ A B C, hinc *t* ita quidem statuatur in *ad*, ut E T, T S, ipsis *et*, & *ts*, proportionales sint, cùm multilaterarum figurarum inscriptione in hac ad *t* deventum erit, in illa itidem ad T devenietur, Quamobrem T centrum erit inscripti multanguli, & ipsius quoque parabolæ A B C, quod absurdum est.

CONCLVSIO. Itaque omnium parabolarum diametri à gravitatis centro in homologa segmenta dividuntur. Quod demonstrasse oportuit.

4 PROBLEMA. 12 PROPOSITIO.

Datæ parabolæ gravitatis centrum invenire.

DATVM. A B C parabola, ejus diameter A D.
QVAESITVM. Gravitatis centrum invenire.

CONSTRVCTIO.

Fiat ut 3 ad 2 sic diametri segmentum A E ad E D.

PRAEPARATIO. Bisectrix rectarum A B, A C, intersecet A D in H, hinc F I, G K diametro parallelæ quasque in antecedentis theorematis constructione æquales ostendimus in L & M, ita secentur ut I L, L F, item K M, M G, diametri segmentis A E, E D proportionales sint; hinc I F continuata occurrat basi B C in Q, & fiat A P segmentum duplum P D, P erit trianguli A B C gravitatis centrum: siquidem M, L centra gravitatis sint portionum A C K, A B I, igitur N (nam per 4 propos. *Arch.* de Conoïd. & Sphæroïd. portiones parabolicæ istæ inter se æquantur) harum commune gravitatis centrum est. Quamobrem Iugo P N, secundum rationem trianguli A B C ad duas parabolicas portiones, diviso, habebimus optatum: sed integra parabola A B C est, per 24 propos. *Archimed.* de quadr. parab. sesquitertia trianguli A B C, quamobrem A B C triangulum triplum erit duarum paraboles portionum, secetur igitur P N in E ratione tripla, hoc est ut segmentum N E vertici vicinius triplum sit reliqui E P. Dico E optatum esse parabolæ centrum: & & segmenti A E ad E D rationem esse sesquialteram, quod ex opere & sectionis ratione patet.

DEMONSTRATIO.

A O, O H sunt quartæ partes totius A D, quod 11 prop. ostendimus; Verum ut 3 ad 2 sic A E ad E D, sic item I L ad L F, sic quoque O N ad N H, quamobrem N H erit $\frac{2}{5}$, hoc est subdecupla totius A D, hinc N H $\frac{1}{10}$ addita ad A D $\frac{1}{2}$ exhibet N D $\frac{3}{5}$ quæ multata P D $\frac{1}{3}$ relinquit N P $\frac{4}{15}$. Verum hæc ex fabrica in E ita divisa est ut N E tripla sit ipsius E P. Itaque E P valet $\frac{1}{15}$ hæc addita ad P D $\frac{1}{3}$ dabit E D $\frac{2}{5}$ diametri A D. Et E A valebit ejusdem $\frac{3}{5}$. Quamobrem A E ad E D est ut 3 ad 2, & consequenter E gravitatis est centrum parabolæ A B C. quod fuit propositum. CONCLVSIO. Itaque. Data ellipsi centrum gravitatis invenimus.

NOTA.

Videtur Archimedes, *altero horum modorum problematis hujus inventionem assecutus, ut dum aut parabolici sui speculi exemplar fabricatur, aut alterius gratia parabolam solidam, hoc est conöidale rectangulum efformat, reapse edoctus sit, segmentum vertici conterminum reliqui esse sesquialterum, in cujus causam hâc viâ inquisierit & quasi inspexerit: Cum ambæ B A I, B A C parabolæ sint, diametros I F, A D à gravitatis centris in homologa segmenta per 11 propos. secari necesse erit, ideoq; I L, L F, hoc est O N, N H ipsis æquales, rectis A E, E D proportionales erunt: sed si N commune utriusque parabolicæ portionis gravitatis centrum foret, P verò centrum trianguli A B C, quia triangulum simul utriusque portionis est triplum, etiam jugum N E jugi E P quoque triplum erit. Unde propositio istiusmodi existit.* Invenire duo puncta N, E, quæ segmentorum O N, N H rationem faciant eandem quam A E habet ad E D. *assumpta deinde A E ⅔ totius AD, & E D ⅓, factoq; periculo, quid ex his deducatur; tandem istud ipsum veritati congruere comperit. Aut si conjecturâ huius sesquialteræ rationis id ipsum assecutus non sit, verum arte duce in hac penetralia penetraverit, videtur numeris hæc primùm expertus:* Dati duo numeri O H ⅓, H P ⅓ ambo ita dividuntor, ut minus segmentum rectæ O H cum majore ipsius H P, triplum sit segmenti minoris rectæ H P cum majore ipsius H O, ea lege ut majus segmentum rectæ O H ad minus habeat rationem, quam majus segmentum H P + ⅓ habet ad minus segmentum H P + ⅓.

5 PROBLEMA. 15 PROPOSITIO.

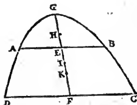
Datâ parabolâ curtâ, gravitatis centrum invenire.

DATUM. A B C D parabola curta, oppositas rectas habeat parallelas, quas bisecat diameter E F. QUÆSITUM. Gravitatis centrum invenire.

CONSTRUCTIO.

Parabolam curtam absolvito, defectu A B G addito, hinc G E secetur in H ut segmentum G H vertici vicinum reliqui H E sit sesquialterum, itemque G I ipsius I F; denique fiat ut A B C D ad A B G sic H I ad I K: Ajo K optatum gravitatis centrum esse.

DEMONSTRATIO.



Integræ parabolæ gravitatis centrum est I, & H portionis, quia verò est H I ad I K ut parabola curta ad dictam portionem, K curtæ parabolæ centrum erit.

CONCLUSIO. Itaque, ut oportuit, curtæ parabolæ centrum gravitatis invenimus. Generaliter autem sive A B parallela sit contra D C, sive annuat ita efficies. inveniatur H centrum gravitatis parabolæ A G B & I centrum totius D G C quæ connectantur jugo H I & fiat H I ad continuationem I K sicut parabola curta A B C D ad complementum sui A G B. utriusque autem ratio ad rectilineas figuras revocari potest, cum utraque D G C, A G B trianguli quæ ipsis & basin & altitudinem habet æqualem sesquitertia sit; Et demonstratio antecedens huic omnino congruet.

CEN-

CENTROBARICA SOLIDORUM DEINCEPS SUCCEDUNT.

9 THEOREMA. 14 PROPOSITIO.

Solidi cujuslibet, & figuræ & gravitatis idem est centrum.

DATUM. Tetraëdri A B C D centrum sit E, axis autem ab A per E centrum occurrens basi B C D in F, sit A F.

QUAESITUM. Ipsum E gravitatis quoque centrum esse ostenditor.

DEMONSTRATIO.

Solidum hoc suspendito ex A E, cum igitur tetraëdrum componatur è quatuor pyramidibus similibus & inter se æqualibus quorum vertex communis sit E, ipsa A F erit ejus gravitatis diameter; eadem ratio erit rectæ C E; quare E centrum erit in concursu diametrorum. Similis demonstratio erit in reliquis corporibus cum auctis & imminutis cum etiam absolutè ordinatis quæ centrum soliditatis habebunt, nam ipsa ex diametris vel per angulum solidum, vel per hedrarũ centra eductis suspensa, ratio situs componentum pyramidum (quarum quidem vertices eodem coëunt, & bases solidi ipsius sint hedræ) ad latera omnia par erit, quamobrem ex communi notitia, & 1 postulatum 1 lib. universa ab hac recta æquilibria dependebunt; & consequenter mutua in centro figuræ istiusmodi diametrorum intersectio, centrum quoque gravitatis erit.



CONCLUSIO. Itaque in solido & figuræ & gravitatis idem est centrum.

10 THEOREMA. 15 PROPOSITIO.

Prismatis gravitatis centrum est in axis medio.

1 *Exemplum.*

DATUM. Esto A B prisma basis triangulæ A C D.

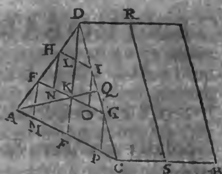
QUAESITUM. Axem à gravitatis suæ centro bisecari demonstrator.

PRAEPARATIO. D E bisecet latus A C, parallelæ autem H I, F G, ipsam bisectricem intersecent in punctis K, L, & parallelæ sint F M, H N, I O, G P ad ipsam D E; deinde A Q oppositam D C bifariam secet in Q. Ac denique reliquæ hedræ parallelogrammæ bisecentur plano R S basi A D C parallelo, à quo C B bifariam dividatur in puncto S.

DEMONSTRATIO.

Planum actum per D E & rectam sibi parallelam in plano R S reliquas hedras bisecante, tribuit prisma H N F M P G I in duo prismata æqualia & similia; transit igitur per hujus inscriptæ prismatis gravitatis centrum, quo autem plura

plura prismata basis quadrangulæ in datum inscribuntur eo minus ab eodem differunt; quamobrem infinita ista inscriptione eò tandem adscenditur ut inscripti & circumscripti differentia quamcunque minimo solido minor adhuc sit. Vnde efficitur gravitatem situs unius segmenti D F C B, à gravitate situs reliqui segmenti abesse etiam minori differentia quam cujuscunque minimi corporis quod quidem exhiberi possit. quamobrem sic edissero.



Inæqualium & situ gravium ponderum differentiâ pondus minus exhiberi potest.
Sed horum ponderũ situ gravium differentiâ pondus minus exhiberi nullum potest.
Itaque horum ponderum situ gravium differentia nulla est.

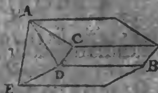
Ideoq; planum actum per D E & rectam in plano R S sibi homologam, dati prismatis gravitatis centrum transit, simillimo argumento planum A Q per inclinationem laterum A D, A C, & bisectionem rectæ D C eductum, idem gravitatis centrum induere evinces; sed horum planorum communis sectio, est recta cõnectens centra gravitatis oppositarum basium, qui axis est dati prismatis itaq; centrum gravitatis consistit in axe, est item in plano per R S oppositis basibus parallelo, hoc enim & prisma & axem bipartitò & simili partium situ dispescit; Quare centrum gravitatis ex in axis medio.

2 *Exemplum.*

DATUM. Prisma A B esto quadrangulæ basis A C D E.

QVÆSITVM. Gravitatis centrum in axe consistere.

PRAEPARATIO. Solidum datum plano A D B in prismata triangulę basis ipsum componentia dirimatur. Singulorum igitur gravitatis centrum per 1 exempl. axem suum bisecat, Quare jugum centra connectens, pro ratione ponderum reciproce tributum, centrum quæsitum exhibebit, punctum autem ipsum incidet in centro gravitatis plani prisma bisecantis & basibus paralleli, hoc est in ipsum solidi axem quem medium secat.



CONCLUSIO. Itaq; prismatis gravitatis centrum axem medium incidit.

11 THEOREMA. 16 PROPOSITIO,

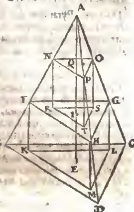
Pyramidis gravitatis centrum est in axe.

DATVM. Pyramidis A B C D basis triangula B C D, gravitatis centrum E, axis esto A E. QVÆSITVM. Centrum gravitatis in ipsa A E consistere demonstrator. PRAEPARATIO. Planum F G H basi B C D parallelum, secet datam pyramidem, ejusque axem A E in I; deinde F K, G L, H M, axi parallelæ terminentur in basi B C D. Similiter pyramis secundo intersecetur plano N O P basi parallelo, & axis in Q, hinc similiter centra A E eductis parallelis N R, O S, P T, comprehendatur pyramis N O P R S T.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Triangula NOP, RST, FG, KLM, similia sunt triangulo BCD, & puncta Q, I, E, in istis simili situ respondent puncto E in triangulo BCD, quod ejusdem gravitatis est centrum, ideo Q, I, E, suorum triangulorum gravitatis sunt centra, & IE axis prismatis FGHKLM quem medium, per 15 propos. gravitatis centrum incidit; sic item QI axis prismatis NOPRST medius à centro suo dividetur, quamobrem solidum ex utroque prismate compositum centrum habet in QE hoc est in AE, verumenimvero hujusmodi prismatum frequentissima inscriptio, componet solidum quod ad pyramidis soliditatem proximè accedat, cujus tamen gravitatis centrum in axe AE semper hæreat. Sed solidum tale potest intra pyramidem inscribi ut ejus à pyramide differentia quocunque dato corpore minor sit, unde efficitur, posita diametro AE gravitatis situm unius partis à reliqua minori etiam quam dari possit differentiâ abesse; Quod eodem quo supra syllogismo evincam.



Inæqualium situ gravium ponderum differentiâ minus pondus dari potest.
Sed horum ponderum differentiâ pondus minus exhiberi nullum potest.
Itaque horum ponderum differentia nulla est.

Simillima demonstratio erit in cæteris quorum bases erunt quadrangulæ, aut quomodocunque multangulæ, vel rotundæ denique.

CONCLVSIO. Itaque, centrum gravitatis pyramidis est in axe.

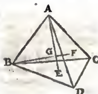
6 PROBLEMA. 17 PROPOSITIO.

Pyramidis triangulæ basis gravitatis centrum invenire.

DATVM. Pyramidis ABC basis sit BCD.
QVAESITVM. Gravitatis centrum invenire.

CONSTRVCTIO.

Duarum hedrarum BCD, ABC gravitatis centra EF, oppositis verticibus connexa rectis AE, BF sese incident in G & cum utraque sit diameter, Ajo G esse centrum optatum.



DEMONSTRATIO.

Etenim pyramidis gravitatis centrum est in AE, itemque in BF per 16 propos. est itaque in G ipsarum mutua intersectione.

CONCLVSIO. Pyramidis igitur à triangula basi assurgentis, centrum gravitatis, ut petebatur, invenimus.

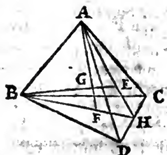
12 PRO-

12 PROBLEMA. 18 PROPOSITIO.

Centrum gravitatis pyramidis axem ita secat ut segmentum vertici vicinius reliqui sit triplum.

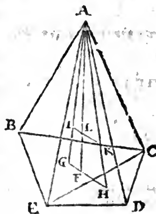
DATVM. Pyramidis A B C D basis triangulæ, vertex A, basis B C D, axis à B ad E centrum gravitatis trianguli A D C esto B E, hinc ab A ad centrum gravitatis oppositæ hedræ B C D esto A F quæ per antecedentem propos. secet priorem B E in G centro gravitatis pyramidis.

DEMONSTRATIO.



Recta A H, angulum A & punctum H basis medium connectens, ita secatur ab E trianguli A D C gravitatis centro per 4 propos. ut A E segmentum vertici conterminum reliqui E H sit duplum, pari ratione B F dupla erit rectæ F H. Quod cum ita sit, ratio B F ad F H, per *Ptolemaicam* διαίρεσιν lib. 1. cap. 12. μεγάλης συντάξ. componetur è ratione B G ad G E & E A ad A H, subducta igitur ratione E A 2 ad A H 3 de ratione B F 2 ad F H 1 reliqua erit ratio B G 3 ad G E 1.

Verumenimverò in pyramide basis quadrangulæ demonstratio hinc derivata hujusmodi erit: Etenim A B C D E pyramis assurgat à basi B C D E, & axis sit A F. Divisa igitur hac in pyramides componentes quarum bases E C B, E C D & axes A G, A H, centra item gravitatis I, K, etiam totius pyramidis centrum fuerit per 16 propos. in jugo I K, videlicet in L cõmuni axis & jugi interfectione, sed in triangulo A G H, recti I K basi G H parallela est, latera enim A G, A H proportionaliter secantur in I & K per priorem partem, itaque A L quoque tripla erit ipsius L F nam ob similitudinem ut A I ad I G, sic A L ad L F, simillima in ceteris à quamlibet multangula basi assurgentibus pyramidibus ratio quoque fuerit.



Denique coni tum circularis quam ellipticæ basis demonstratio eodem redit, cum enim ex antecedente parte pyramis basis quoquomodo polygonæ axem gravitatis incidat ratione tripla, in cono verò basis ellipticæ vel circularis pyramis potest inscribi quæ à dato cono quamcunque minimi solidi differentia absit, itaque intervallum centrorum gravitatis dati & inscripti solidi minus erit quâcunque minima distantia, unde syllogismus talis instituitur.

Duorum distantium punctorum intervallo minus intervallum dari potest.
Sed horum centrorum intervallo minus dari nullum potest.
Itaque ista puncta nullo intervallo à se mutuò absunt.

CONCLVSIO. Quamobrem axis pyramidis cujuscunque ratione tripla à gravitatis centro secatur, videlicet ut summum & vertici vicinius imi sit triplum. Quod facere oportuit.

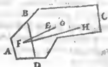
7 PROBLEMA. 19 PROPOSITIO.

Solidi gravitatis centro & ſegmenti ſui cujus ad reliquum ratio ſit data cognitis, ejuſdem reliqui ſegmenti gravitatis centrum quoque invenire.

DATVM. Corporis A B C D centrum gravitatis ſit E, ſegmenti verò B D A centrum F. QVAESITVM. Reliqui ſegmenti B C D gravitatis centrum invenire.

CONSTRVCTIO.

Fiat F E ad continuationem E G ut ſolidum B D C ad B D A; ajo G eſſe optatum gravitatis centrum reliqui ſegmenti B D C, cujus demonſtratio ſimillima erit 9 propoſ. Sed ſphæræ ſegmenti cujus ad reliquam ratio ſit data cum è ſecundo 9 propoſ. exemplo ſatis plana ſit nullum paradigma proponam.



CONCLVSIO. Quamobrem datis gravitatis centris totius ſolidi & ſui ſegmēti cujus ad reliquum ratio inveniri poſſit, ejuſdem reliqui gravitatis centrum, invenimus. Quod feciſſe oportebat.

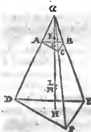
8 PROBLEMA. 20 PROPOSITIO.

Pyramidis curtæ gravitatis centrum invenire.

DATVM. Eſto ABC DEF pyramis curta, cujus ſumma baſis ABC, ima DEF. QVAESITVM. Ejus gravitatis centrum invenire.

CONSTRVCTIO.

Abſolvito curtam pyramidem, expleto defectu A B C G, & axis ductus à vertice G ad H centrum baſis D E F ſecet planum A B C in I, ſegmen verò G L ita ſecetur in K ut G K ipſius K L ſit tripla, & L totum axem ita incidat ut pars ſumma G L imæ L H ſit item tripla, denique eadem ſit ratio jugi K L ad L M quæ curtæ pyramidis ABCDEF ad complementum A B C G; ajo M eſſe gravitatis optatum centrum.



DEMONSTRATIO.

L centrum eſt totius, K verò ſegmenti, ut autem imum ſegmentum ad ſummum, ſic K L ad L M. Quare per 1 propoſ. 1 lib. M fuerit optatum gravitatis centrum. Demonſtratio in cæteris curtis pyramidibus multangulæ vel circularis baſis huic affinis eſt.

CONCLVSIO. Quamobrem datæ curtæ pyramidis gravitatis centrum, ut decuit, invenimus.

9 PROBLEMA. 21 PROPOSITIO.

Dato solido epipedoëdro quocunque; gravitatis centrum invenire.

DATVM. Esto epipedoëdrum A quotcunque planis superficiebus comprehensum. QVÆSITVM. Gravitatis centrum invenire.

CONSTRVCTIO.

Solidum ipsum tribuito in pyramides componentes, quam fieri poterit paucissimas. Summa autem eo casu difficultas huc redit, ut si necessum sit solidum ipsum in tot pyramides dirimatur quot hedris clauditur, puncto quocunque intra corpus pro vertice assumpto; quibus cōstitutis, pyramidum centra sigillatim per 17 propos. inveniantur. deinde duorum pyramidum centris rectâ linea connexis, jugum hoc secetur ratione ipsorũ pyramidum, ut tamen minus segmentum ponderosiori pyramidi sit vicinum, deinde centrum hoc inventum cum tertiæ pyramidis centro conjungatur, quarũ commune centrum cum quarto connectes, atque eò in reliquis omnibus ordine continuato, novissima jugi sectio exhibebit optatum dati solidi gravitatis centrum; cujus demonstratio ipso operis successu manifesta est.



CONCLVSIO. Itaque, dato qualicunque solido planis hedris comprehenso, gravitatis centrum invenimus. Quod fecisse oportuit.

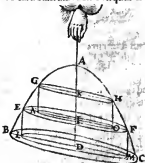
13 PROBLEMA. 22 PROPOSITIO.

Conoïdalis gravitatis centrum est in axe.

Conoïdalis recti centrum gravitatis esse in axe, per se & communi quasi notitiâ manifestum est, quamobrem duntaxat eo casu cum axis basi obliquus erit demonstrationem formabimus.

DATVM. ABC conoïdale, basis BC, axis AD dictæ basi obliquus.

QVÆSITVM Gravitatis centrum in AD consistere demonstrandum.



PRAEPARATIO. Conoïdale intersecetur planis duobus FF, GH basi parallelis quæ axem AD incidant in I & K, deinde ducantur rectæ FL, FM, GN, HO, quare LM, NO, GH ex ipsâ sectione ellipses erunt similes basi BC: & EM, GO cylindri basis ellipticæ.

DEMONSTRATIO.

LD semidiameter ellipsis LM, æquatur semidiametro DM, æquatur item ipsis EI, IF; Igitur ID axis fuerit cylindri EM in quo ejus gravitatis centrum consistit; pari ratione cylindri GO gravitatis centrum erit in axe KI. quamobrem centrum solidi ex utroque compositi erit in KD, atque adeò in axe AD. sed quò crebriores cylindri in conoïdale inscribentur, eò differentia solidi

solidi ex inscriptis cylindris compositi à dato minus erit. Itaque infinita hac inscriptione tandem eò adscenditur ut solidum factitium à conoidali ablit differentiâ, quæ solido dato quocunque minor sit, cui consequens est A D dati conoïdalis gravitatis esse diametrum, itaque gravitas situs unius lateris à gravitate lateris alterius minus aberit, quam vel minimi ponderis differentiâ. Quod legittimo syllogismi judicio ita concludam.

Ponderum situ gravium differentiâ minus pondus dari potest.
Sed horum segmentorum situ gravium differentiâ pondus minus nullū dari potest.
Itaque horum conoïdalis segmentorum situ gravium differentia nulla est.

Et A D gravitatis erit diameter. CONCLVSIO. Quamobrem conoïdalis gravitatis centrum est in axe. quod demonstrasse oportuit.

10 PROBLEMA. 23 PROPOSITIO.

Conoïdalis gravitatis centrum invenire.

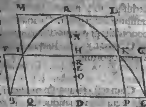
DATVM. ABC conoïdale, A vertex, A D axis.
QVAESITVM. Gravitatis centrum invenire.

CONSTRVCTIO.

A D axis secetur in E ratione dupla videlicet ut segmentum vertici conterminum reliqui sit duplum, ajo E esse centrum quæsitum, cujus demonstrationem solers & subtilis Mathematicus *Fredericus Commandinus* de solidorū centrobaricis propos. 29 exhibet, quæ nostro more & modo digesta ita habet.

DEMONSTRATIO.

Conoïdale secetur plano F G axem in H bisecante, basique B C parallelo, atque plani secantis & superficiei sectio esto in I, K, deinde B C G F, I K L M cylindri circa conoïdale circumscribantur, quorum gravitatis centra N, O: præterea intra ipsum cylindri I K P Q inscripti O itidem gravitatis erit centrū. Cum per 20 prop. 1 lib. *Apoll.* & 2. pr. 12. lib. *Eucl.* igitur sit ut D A ad A H videlicet 2 ad 1, sic circulus B C ad circulū I K, etiam cylindri B C ad cylindrum I L (propter æqualē altitudinem) ratio dupla erit, quamobrem si B G 2 librarum statua ur I L erit 1 libræ, sed centra gravitatis sunt N, O, ideoque N O jugo in R secto ut N R radii R O duplus sit, ipsum circumscriptorum cylindrorum gravitatis erit centrum,



sed & O inscripti cylindri est centrum, E verò ab O & ab R eodem intervallo distat, videlicet $\frac{1}{12}$ totius A D. Ac similis erit cæterorum similium paradigmatum eventus. Verumenimverò quo res sit manifestior, altero exemplo idem explicabimus.

Denuò ista axis bisegmenta A H, H D, bifariam dividantur, unde tres cylindri inscribantur & quatuor circumscribantur, ut in secundo diagrammate ubi A D conoïdalis axis sit, centra verò cylindrorum I, K, L, M, A E verò dupla sit ipsius E D ut supra, Itaque cum sit ut A D ad A N (nempe ut 4 ad 3) sic circulus B C ad circulum O P, erit quoque cylindrus B F ad O Q in ea-

dem ratione ſeſquitertia ſunt enim æquealti, ſimillima ratione BF cylindrus tertii circumſcripti cujus centrum K erit duplus, quarti verò cujus centrum I quadruplus. poſito itaque imo cylindro 4 librarum, ſecundus erit 3 ℔, tertius 2 ℔, ſummus denique 1 ℔: Pari ratione ſi imus inſcriptorum ſit 3 librarum, ſecundus erit 2 ℔, ultimus vertici proximus 1 ℔. Quæ cum ita ſint, & centra cylindrorum, & ipſorum ponderoſitas nota, centrum gravitatis circumſcriptorum cadet in L ut LE occupet $\frac{1}{24}$ totius AD; Trium itidem inſcriptorum gravitatis centrum cadet in S, ut SE $\frac{1}{24}$ totius AD obtineat. Quamobrem L & S ab E rurſum æquidiſtant.

Verumenimvero ſi biſectio & cylindrorum iſta figuratio continuentur, ut octo datum conoïdale ambiant ac ſeptem induant, diſtantia centrorum & inſcriptorum & circumſcriptorum ſecabunt axem æquidiſtanter à puncto E, aberunt enim $\frac{1}{24}$ totius AD.

Denique ſi ſectio iſta viciſſim duplicetur ut ſedecim cylindri circumſcribantur, & quindecim intra includantur, nihilo ſecius centra gravitatis ſolidorum inſcriptorum & circumſcriptorum pari diſtantia ab E puncto utrimque diſtabant; videlicet $\frac{1}{24}$ axis AD. Atque adeò ſequens biſectio antecedentem diſtantiam continuò bipartito ſecat, cujus conſecutionis veritatem & neceſſitatem inductione continuatâ demonſtrarem, niſi brevitatis ſtudio ductus, cum cuilibet in promptu ſit, iſtud omitterem.

Quamobrem E gravitatis centrum dati conoïdalis erit: Enimverò ſi centrum aliud ſumatur in ipſa EL aut ES tandem continua biſectione & cylindrorum circumſcriptione & inſcriptione eò devenitur ut centrum ſolidi ex circumſcriptis conflati deſcēdat infra conoïdalis centrum; vel inſcripti ſupra ejuſdem conoïdalis centrū adſcendat. Quod impoſſibile per ſe clarum fuerit; cum enim ſolidum tale è cylindris circumſcriptis componi poſſit ut ejus à conoïdali differentia minor ſit quocunque ſolido, poſſit item tale ſolidum inſcribi, utriuſque ab E puncto differentia tantulo utrimque intervallo aberit ut minus nullum effingi poſſit. Quamobrem eodem coïbunt in E. Vnde efficitur E dati conoïdalis gravitatis eſſe centrum.

CONCLVSIO. Itaque conoïdalis gravitatis centrum invenimus. Quod feciſſe oportuit.

NOTA.

Cùm recta ab angulo trianguli ad medium oppoſitæ baſis educta per 4 propoſ. item ſecetur ratione dupla, conſequens eſt, ſimilem à centro æquidiſtantiam iſtic ab inſcriptis & circumſcriptis parallelogrammis argui, qualis hic in cylindris adſcriptis demonſtrata eſt.

11 THEOREMA. 24 PROPOSITIO.

Conoïdalis curti gravitatis centrum invenire.

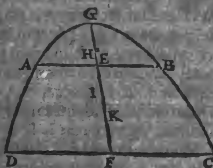
DATVM. ABCD conoïdale curtum, baſis ima DC, ſumma AB, axis verò EF. QVÆSITVM. Gravitatis centrum invenire.

CON-

CONSTRVCTIO.

Conoïdale curtum absolvito, addito segmento A B G; deinde statuatur G H dupla ipsius H E, item G I ipsius I F; denique fiat ut conoïdale curtũ A B C D, ad complementum A B G sic H I ad I K; Ajo K gravitatis cupitum esse centrum.

DEMONSTRATIO.

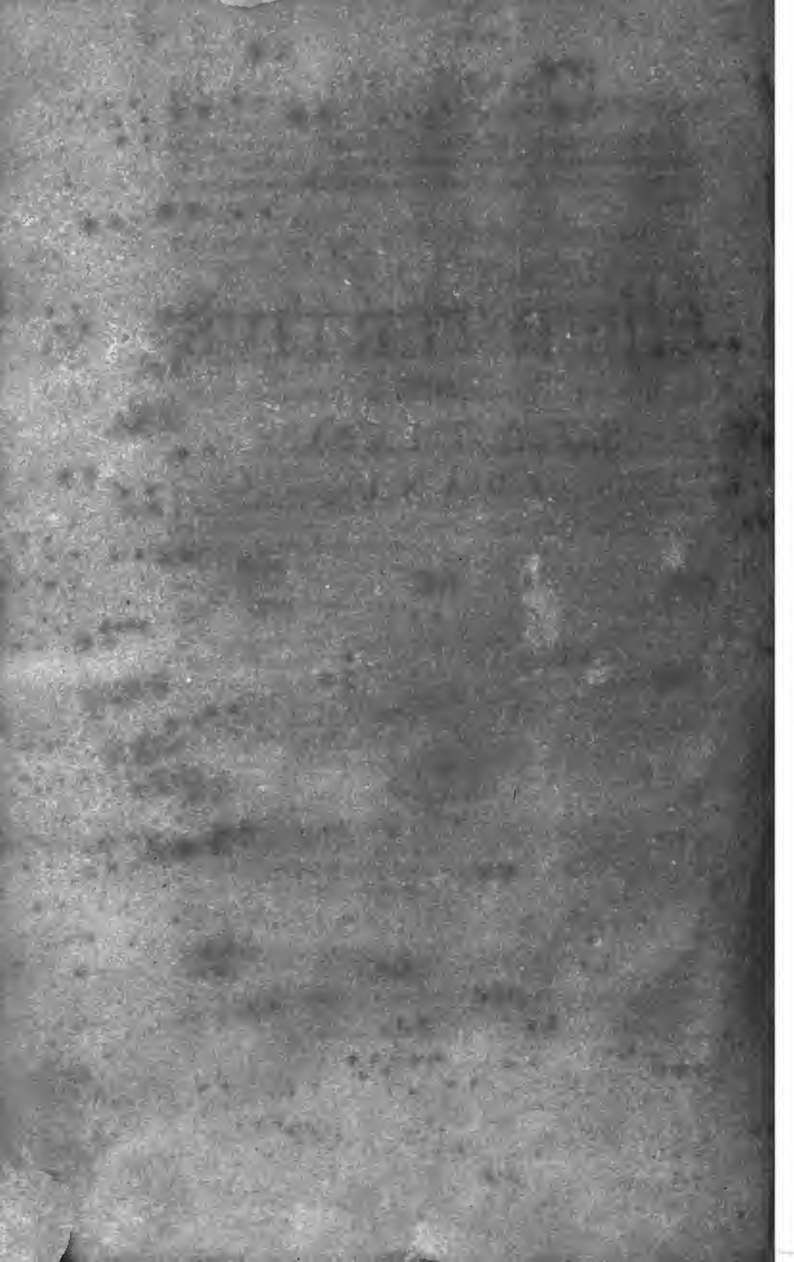


Etenim I est centrum gravitatis totius D C G, & H segmenti A B G: verum ut reliquum segmentum A B C D, ad complementum A B G sic H I ad I K; ideo K per 19 propos. optatum erit centrum, Quod demonstrasse oportuit.

CONCLVSIO. Itaque curti conoïdalis centrum invenimus.

Atque hic Liber secundus nobis explicitus esto.





LIBER TERTIVS
DE
STATICAE
PRAXI.



AD LECTOREM.



Vandoquidem nonnullis hujus Praxis propositionibus de corporum motu dicturi sumus, paucis priusquam in rem ingredimur lectori aperire visum fuit Staticem duntaxat potentiæ moventis & ponderis moti situs æquilibritatem seu æquamentum docere; quanta verò moventis potentiæ vis præterea desideretur, (nam cuilibet movendo impedimentũ sola cogitatione tantũ separabile perpetuò inhæret, quod & ipsum superari quoque necesse est,) quo datum pondus commoveatur & impellatur, à Staticæ doctrina alienũ fuerit; cum via & ratione mathematica iste potentiæ excessus inveniri neque explicari possit, etenim impedimenta & res motæ constantem analogiam nullam habent. Verùm quò ratio ista sit magis perspicua; esto currus gravitatis notæ in cognitæ acclivitatis collem pertrahendus. Ajo staticam, ut 4 exemplo 9 propos. perspicitur, docere quæ potentia sit currui æqualis, hoc est, situ æquiponderet non habita motus aut impedimentorum ratione, cujus generis sunt illa singularium partium ut axium in suis syringibus, rotarum in plateis, ac deniq; totius currus in aëre. Impedimentorum inquam potentia cum catholica non sit à staticæ præceptis rejicienda, quia eius ad potentiam moventem ratio unica & certa nulla apparet. Quod refutatis eorum argumentis qui in ponderibus deprimentibus secus statuunt, arguerem, nisi in statica tantum doctrinæ præcepta instituere satius ducerem, alibi pristinũ & inveteratum de ponderũ affectionibus errorem firmis rationibus retecturus. Cæterum æquilibritatis cognitio hic sufficit; enimverò si in libræ utràque lance tantundem ponderis collocetur, quamvis librile seu jugum sua habeat motus impedimenta, levi tamen momento lances huc atque illuc impelluntur: idque in cæteris omnibus evenire certum est.

Atque hæc quidem de motus impedimentis dicta sunto, ne quis

quis usu magistro eruditus potentiam moventem moto pondere majorem esse, vitium hoc arti adscribat siquidem potentia motrix movendo tanto sit maior oportet, ut ipsum quoque impedimentum superare possit. Neve quis hoc æquilibritatis prætextu fisus in errorem præceps ruat, quod his contingit maximè qui falsas sententias pro veris amplexantur.

BREVIARIVM.

PRAXIS Statices gravitatis planum diametrale, gravitatis rectam diametrum & centrum pragmaticè sive mechanicè invenire docebit, hinc libræ & stateræ perfectissimæ fabricas atque affectiones nõnullas, quibus vectium genera, & ponderum tum gestatorum tum attractorum & trochlearum formas, ac denique infinitam potentiam subjunget.

I PROPOSITIO.

Dati cujuscunque corporis planum diametrale, diametrum perpendicularem & centrum pragmaticè invenire.

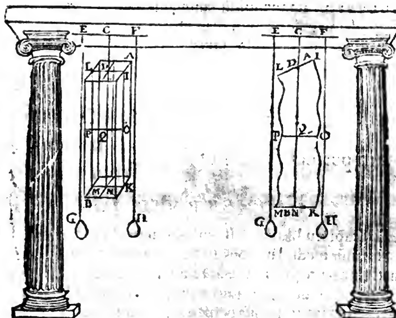
I *Exemplum.*

DATVM. A B corpus figurâ qualicunque.

QVAESITVM. Planum diametrale, diametrum perpendicularem, centrum denique mechanicè anquirere.

CONSTRVCTIO.

Solidum datum suspendatur è fune C D, acta deinde recta E F per summum punctum C, ab utroque ejus termino perpendiculares E G, F H è plumbo & filo suspendantur, quæ corpus ipsum A B proximè stringant, planum



inter parallelas E G, F H comprehensum, si solidum secare intelligatur, dati corporis diametrale planum erit, verùm ut ipsæ lineæ in solidi superficie inscribantur, fila tensa & creta infecta impressionem faciant uti à materiariis fabris fieri consuevit, illæ igitur sunto I K, L M quæ connexæ optatum L I K M planum continuebunt.

Sed ad diametri perpendicularis inventionem corpus ex eadem recta C D dependens pauxillum convertito & simile aliud diametrale planum delineato, à quo prius infra in N supra autem in D intersecetur, recta D N, ipsorum communis sectio, erit perpendicularis gravitatis diameter. Denique ad centri investigationem corpus transversim alicunde ex O suspensum exhibeat alteram perpendicularem diametrum O P, quæ priorem incidat in Q, id ipsum gravitatis erit centrum.

2 *Exem-*

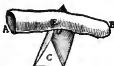
2 *Exemplum.*

DATVM. Esto A B solidum quodcunque datum.

QVAESITVM. Gravitatis planum diametrale, diametrum perpendicularem, atque ipsum denique centrum mechanicè invenire.

CONSTRVCTIO.

Oblatum corpus A B in acie C D versato donec æquamentum utriusque partis adeptus videbere, sitque in E, planum igitur per E horizonti normale erit quæsitum diametrale planum, quod altero simili intersectum gravitatis perpendicularem diametrum in communi sectione describet, denique tertium transversum diametrale planum eandem in gravitatis centro incidet. Quarum demonstratio ex antecedentibus perspicitur.



CONCLVSIO. Itaque solidi cujuscunque gravitatis diametrale planum, diametrum perpendicularem, & centrum invenimus. Quod facere oportebat.

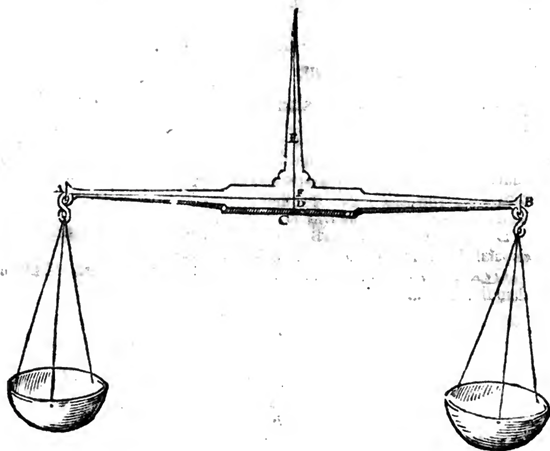
2 PROPOSITIO.

Libram perfectissimam fabricari.

CONSTRVCTIO.

In medio scapi seu librilis A B, cujus examen loco convenienti sit, rectam C D sub examinis mediolateribus scapi perpendicularem inscribito, tantum deinde materię à parte præponderante auferto donec scapus secundum rectam C D aciei impositus utroque radio æquamentum nactus erit. hinc E D ducito lateri perpẽdicularem, in qua perpendicularem diametrũ inquires, scapo seu librili acutissimo mucroni imposito atque huc illuc secundum rectam D E impellens donec æquilibritas inventa sit, ut puta in puncto F, punctum deinde simile in opposito latere imprimito, recta ea connectens erit scapi perpendicularis diameter notans aciem, axis transversi quod est ferramentum transversim librili infixum extremæ aginæ fibulis inhærens deinde quia lances è librili uncis suspenduntur, horum confinia A, B & transversi axis terminus constituantur in eadem recta A F B, confinia inquam uncorum illa quâ librile contingunt. Sin verò lances non uncis sed alius generis retinaculis è jugo seu librili dependeant, ipsorum simile confinium considerandum, quibus & aginæ fibulis loco convenienti constitutis, libra ista ponderibus æqualibus in utramque lancem impositis, servabit eum quem dederis situm, quamdiu axis transversus aciei suæ innitetur, cujus veritas è 10 propos. 1 libri de Staticæ principiis clare perspicitur.

Verumenimverò libram hanc esse perfectissimam patet è 1 exemplo, 12 propos. 1 lib. ubi demonstratum est, posito E firmitudinis puncto quantum pondus



dus ad D applicari oporteat ut jugum in data thesi permaneat, si verò N istic fuisset firmitudinis punctum, hoc est, dati corporis gravitatis centrum, quodlibet vel minimum pondus, mathematicum videlicet, è D suspensum istud latus omnino depresserit: Idem hic evenire intelligas utrumlibet æquiponderantium radiorum minimo pondere auctum ab æquamento deorsum vergere; qui tamen in aliis nonnullis bilancibus tantulo pondere vix impellerentur.

Sin autem fabrica hæc in ista aciei transversi axis & retinaculorum confinii tam accurata investigatione nimium negotii facessat, huc tamen omnia quam poterit fieri accuratissimè dirigantur; Et si pauxillum ab ista perfectione abesse velint, librilis & uncorum confinia infra rectam A B potius quam supra collocantor, secus enim hinc illud incommodi exstiterit ut cuncta inter librandum invertantur; Imo quod ponderosius fuerit levissimum quandoque videbitur, præcipuè si axis propter librilis longitudinem horizonti non sit parallelus, omnia siquidem eò redeunt unde motus sumpserint principium.

Librilis radios à medio axis transversi pari intervallo abesse oportere, vel hinc patet quod pondera suis radiis per 1 propos. 1 lib. sunt reciproca, ideoque si radius alter centesima parte reliquum excedat libram dolosam efficiet, quæ enim pondera æquipondia viderentur revera centesima parte differrent; hinc si radii parte quinta & vigesima longitudinis discreparent ponderum inter se discrepantiæ ratio foret eadem quæ 4 ad 100 atque ita deinceps in cæteris.

Præterea scapi teretes & oblongi ad accuratum librilis judicium non parum momenti afferunt. Etenim è duobus scapis gravitate quidem pari, sed impari longitudine ut puta dupla, certum est unciæ, semunciæve, aut alterius

H cujus-

cujuſcunque ponderis potentiam in ſcapo longiore duplam eſſe ejus, quæ in minore. CONCLVSIO. Itaque perfectiſſimam libram deformavimus. Quod feciſſe oportuit.

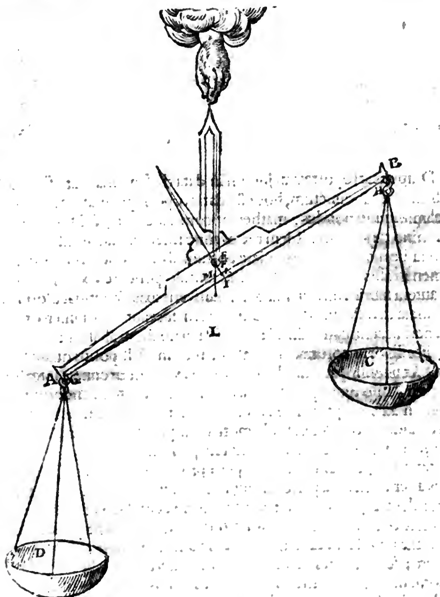
3 PROPOSITIO.

Data libra cujus librile horizonti maneat parallelum: pondus invenire quod alteræ lanci impoſitum librile in optato ſitu retineat.

Libræ nonnullæ difficilius impelluntur, cujus cauſa nulla nobis apparet, cum tamen acies axis tranſverſi accuratâ ratione aptata ſit. Cujus cauſam deinceps detegemus, oſtendentes quantum pondus in hujuſmodi lancem imponi debeat, quô optatum retineat ſitum.

DATVM. Iugum libræ A B C D liberum neque impeditum, ad horizontis parallelisſmum perpetuò redeat, cujus tranſverſi axis acies ſit E.

QVAESITVM. Pondus inveniendum quod lanci D impoſitum librile in dato ſitu retineat.



Remo-

CONSTRVCTIO.

Remotis lancibus, uncis, & agina tantum librilis cum examine gravitatis diametrum illam, per 1 prop. hujus lib. investigato, quæ aciei axis transversi E æquidistet, sitque F, deinde jugi & uncorum confinia connectito recta G H, ejusque medium sit F, hinc secato F I ratione quam gravitas librilis cum examine puta 1 ℔ habet ad lances, uncos, & funes è quibus dependent quæ item 1 ℔ ponderent, bisecta igitur F I in K, ipsum K erit punctum unde libra suspensa quamcunque dederis thesin retinebit, tum jungito K G, hanc pendula diametro E L per E ducta interseces in M. Ajo, pondus illud cujus ratio ad 2 ℔ (etenim 1 ℔ pro jugo altera pro lancibus additæ 2 ℔ valent) eadem sit, quæ M K ad M G, lanci D impositum, libram tali situ retinere. Dicis gratia fuerit M K pars quinta & vigesima radii M G, etiam $\frac{1}{25}$ duarum ℔ efficiet ne libra ab ista thesi recedat, cujus causa è 12 propos. 1 lib. evidens est; attamen majoris perspicuitatis ergô paucula hic in medium afferemus.

DEMONSTRATIO.

Siquidem K centrum gravitatis sit dati, etiam perpendicularis per K educta erit ejusdem gravitatis diameter, sed perpendicularis per G est item ponderis in lancem injecti diameter, ideoque K G ipsorum jugum, quod in M puncto ita partiti sumus, ut ratio segmentorum M G, M K ea sit quæ ponderum reciprocè quare perpendicularis per M demissâ, erit utriusque communis gravitatis diameter seu ansa, atque ideo librile istum servabit situm.

CONCLVSIO. Itaque data libra cujus librile horizonti æquidistet, pondus invenimus quod alteræ lanci impositum ipsum librile in optata thesi conservet. Quod facere oportebat.

4 PROPOSITIO.

Dato librili quod lancibus appensis horizonti æquidistet, sine quibus aciei axis transversi inniti non possit; lances invenire ut ipsum librile datum retineat situm.

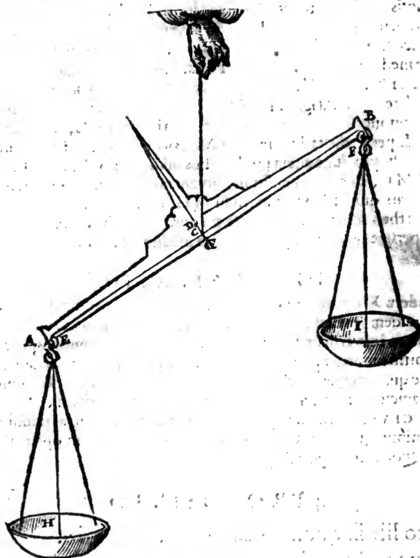
Experientia edocemur nonnulla librilia aciei axis transversi inhærere non posse, sed declinare, additis autem lancibus rectè inniti, cujus rei causa pragmaticè nobis investiganda est.

DATVM. Librile A B cujusmodi propositio deposcit, axis transversi acies C. QVAESITVM. Geminas lances (suis uncis & funibus perfectas intelligito) ejus ponderis invenire, quæ jugum eo quem dederis situ conservent.

CONSTRVCTIO.

Et jugi, & examinis gravitatis diametrum, aciei transversi axis C parallelam per 1 propos. inquirito, hæc esto D, supra ipsam C, nam neque in C nec infra cadet, siquidem ex hypothesi librile in C quiescere nequit, atque adeò multò minus infra C. tum confinia uncorum & jugi connectat recta E F, videlicet infra C, secus enim si vel in C vel supra caderet, nullæ lances quantumcunque graves jugi datum situm aut ad horizontem æquidistantiam tueri possent, deinde G bisecet E F & jungatur recta D C G, & fiat ut C G, ad C D, sic librile ad quæsitarum lancium gravitatem, dicis gratia si C D æquetur C G,

etiam pondus lancium librilis ponderi æquale fuerit. Cujus demonstrationem



mathematicam 10 propos. 1 lib. exhibuimus, attamen majoris evidentiæ gratiâ, nonnulla huc afferemus.

DEMONSTRATIO.

Perpendicularis per D est librilis gravitatis diameter, & quæ per G educitur est diameter lancium, ideoque G D jugum fuerit. sed ut radius C D, ad C G, sic pondera se habent reciprocè; quare ex C datam quamcunque thesin retinebit. CONCLVSIO. Itaque Librilis quæ appensis lancibus horizonti æquidistat, absque his vero ab axis transversi acie declinat, lancium gravitatem invenimus, quibus librile in dato situ permaneat. Quod erat faciendum.

NOTA.

Ex quibus evidens est si lances gravitatem istam pauxillo superent, vel utræq; æquali pondere augeantur, librile in dato situ non persistere, sed duntaxat horizonti æquidistare. Quamobrem istiusmodi libra non fuerit omnibus numeris perfectissima.

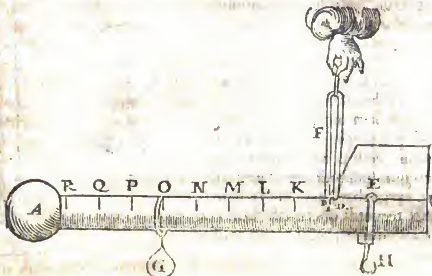
5 PRO-

5 PROPOSITIO.

Stateram perfectissimam fabricari.

CONSTRVCTIO.

Scapi cujusdam solidi summum latus A B continuetur in C, sitque acies transversorum axium D, E, in recta B C, & quidem acies D deorsum E verò sursum vergat; deinde tantum materiæ præponderantis è scapo y B C versum auferto, donec ex agina F suspensus æquamentum nanciscatur, ut tamen acies transversi axis D (dempta agina F) diameter sit gravitatis scapi A C. Quibus constitutis, scapoque ex agina F suspenso, quemcunque dederis situm (dum transversus axis D aciei suæ incumbet) perpetuò servabit. Considerandum deinde pondus unci H, & G æquipondii per scapum mobilis, & G quidem libram, H unciam id est ipsius G sextamdecimam partem valeat; signato deinde I ut interstitium inter ipsum & aciem transversi axis D interjectum ꝶ rectæ D E obtineat, atque idem intervallum D E inter utrosque transversos axes intermedium, initio ab I facto versus A toties iterabis quoties commode de-



scribi posse animadvertes, ut in punctis K, L, M, N, O, P, Q, R, quæ singula rursum in tot æquales particulas subdividantur, quot ipsorum longitudo permittet, duas, quatuor, octo sedecim, atque stateræ fabrica fuerit perfecta.

Attamen si tanta accuratio nimium afferat laboris, huc tamen (ut 2 propos. monuimus) quam poterit fieri accuratissime omnia referantur, atque aciem axis transversi D potius pauxillum supra rectam A C attollito quàm deprimas.

Vsus verò hujusmodi est, si σφαίρωμα G ex O & pondus huic situ æquilibre ex unico H dependeat, istud ipsum fuerit 5 librarum, si præterea unaquæq; rectarum I K, K L, L M, in sedecim particulas tributa esset quælibet particula unciam adderet. Exemplũ tale esto, æquipondiũ G quintam partem PQ rectæ obtineto, tum pondus H 6 ℔ & 5 unciarũ erit atq; ita in ceteris. Cum igitur statera hæc (si pondus mobile altera parte depressa haud deorsum prolabi fingas) qualibet gravitate situ æquiponderante quemcunque dederis situm conservet, ob causas antecedente propositione de perfectissimæ libræ fabrica, expositas; etiam hæc statera fuerit perfectissima. Demonstratio verò è 2 propos. 1 lib. evidens est. CONCLVSIO. Stateram itaque, ut decuit, perfectissimam construximus.

6 PROPOSITIO.

Libram obliquam fabricari.

Quia pondera non perpetuò recta sursum aut deorsum, sed in latus nonnunquam & obliquè moventur, cujus varia exempla, partim in antecedentibus partim in consequentibus exhibentur; quæque ideo libram non vulgarem illam sed peculiarem deposcunt quam obliquam propterea dicimus, cujus præcipuus scopus est, ut usus & experientia rationem proportionemq; hujusmodi ponderum 1 lib. theorematicè propositam deinceps comprobet, ac fidem faciat, quo minus dubii simus & certius iis fidem habere possimus quæ ad humani generis utilitatem hinc derivantur.

CONSTRVCTIO.

Fiat basis sive sustentamentum A cui inserta regula B crebris locis perforetur, hinc orbiculus C ambitu cavo ut ductarium funem recipiat, per cujus centrum inductus axiculus D cardinibus suis in tigno excavato versetur, qui tylo E foraminibus regulæ B pro voto altius aut humiliusvé insertari possit; orbiculus vero & axiculus ipsi infixus ne crassi sed quam tenuissimi sunto, ne ambitus orbiculi usquā sedem suam stringat, sed spatiū axiculi inter orbiculum & sedem interjectum paulò crassius sit cardinibus circa quos cōvertitur: Ipse privato usui orbiculum è buxo deformandum dedi semidiametro digitorum quinque cujus spissitudo tenuissimi cultri tergum non excedebat, axiculum autem solido elephanto torniatili opere effectum crassitie acus, id est, quam potuit torno confieri tenuissimus.



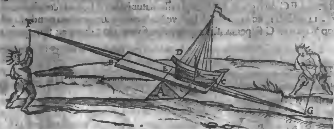
7 PROPOSITIO.

Vectium rationem & formas inquirere.

Postquam longioribus palangis, vectibusque vim & effectum majorem, contra verò brevioribus minorem efficientiam inesse vulgò animadversum fuit diversæ machinæ & diversa instrumenta molitionibus variis utilia efformari cœpta sunt; quia verò solo usu magistro confirmante experientia, causis tamen, ut ratione & proportione, ignotis expedita sunt; ideò majores & novæ machinationes pari successu caruere, magno autorum incommodo, atque adeò infelici eventu. Quamobrem ut ante quanta vectium in perfecto opere potentia sit perspici cōmodè possit, etiam præter mathematicas 1 libri rationes, mechanicè seu pragmaticè paucis exemplis eadem confirmare statui. Principiò quia naves minori detrimento longioribus vectibus per aggeres transversos pertrahi nonnullis placuit quàm vel suculis vel ergatis, quæ usurpantur, hoc ipsum plenius paulo scrutabimur ut quid hinc sequatur planum sit, isto qui sequitur modo.

1 *Exemplum.*

Esto agger A, B C sustentamentum ligneum, cui D navis pondere 24000 ℔ insideat (quomodo autem navis oneratæ gravitas in aquis inveniatur in hydrostatica dicetur) hujus medium E, medio aggeris A incumbat sitque B F scapus & ab altera parte ei æqualis C G, jam navi semota segmenta F E, E G sunt æquipondia, quamobrem ut navis aggerem trajiciat, scapus ex F deprimendus vel ex G sublevandus erit, vel utræque vires conjungendæ, sitque H I navis gravitatis diameter, & F E sextupla ipsius E H, unde concludendum quanta potentia vel ex F vel ex G navi sit æquilibris.



CONSTRVCTIO.

Cùm F G sit libralis instar cujus firmitudinis punctum E, & H I gravitatis diameter, F E autem sextupla ipsius E H, navis sextupla erit ponderis sibi ex F puncto æquipondii, sed ex hypothesi navis librarum est 24000, itaque pondus ab F dependens 4000 ℔, & 25 homines singuli 160 ℔ pendentes ex F navi æquepōderabunt, atque id quidem hoc situ, verum si K navis statuatur centrum, & E G attollatur, ab F minore quam 4000 ℔ pondere opus erit, nam ex K perpendicularis, in planum E C horizonti parallelum, demissa gravitatis erit diameter & ipsi E vicinior, esto igitur E F septupla segminis E L, quare $3428\frac{4}{7}$ ℔ pondus ab F suspensum istic situs æquilibritatem vindicabit.

NOTATO.

Exemplum hoc quidem nobis expositum est, unde machinationis exemplar ad imitandum derivari queat, considerandum tamen scapum E F sextuplum ipsius E H nobis sumi, qui sanè longitudine ampla & crassitudine symmetra fabricandus foret: non tamen existimo in majoribus navigiis (aliarum machinarum ratione habita) perinde felici eventu usurpari, licet in minoribus molitio hæc forsan usui fuerit. Et quamvis suculæ ergatævè ad terminos F, G constitutæ non parum subsidii huic machinationi attulerint, nunc tamen hîc per numeros exposuisse satis esse duxi, aliam commodiorem rationem 10 propos. demonstraturus.

2 *Exemplum.*

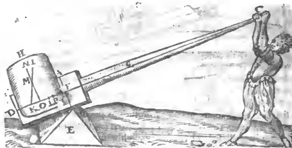
Antecedente paradigmate exhibui rationem scaporum cum pondere tum etiam longitudine æqualium inæquales deinceps succedunt.

DATVM. Sunto scapi A B C, A B D, subnixi hypomochlio E secundum rectam A B, quam axis totius vectis A B C D ponderantis 400 ℔ intersecet in F, hujus gravitatis centrum sit G, (& quamvis planum diametrale ex per-

pendiculare tam hoc quam sequentibus 3 & 4 exemplis in opere sufficiat, attamen quò evidentius sit centrum ipsum sumpsimus) tumque segmento A B D incumbat pondus H 2000 ℔ cujus gravitatis diameter I K esto ut K terminetur in axe C D; quæritur potentia quæ ex C, attollat datum pondus H.

CONSTRVCTIO.

Oneris H & machinæ D A C B simul utriusque gravitatis centrum invenies, divisa K G in L, ut segmentorum G L, L K ratio sit eadem quæ 2000 ℔ ad 400 ℔, hoc est, 5 ad 1, perpendicularis per L educta est gravitatis diameter; præterea F C dicis gratia duodecupla assumatur ipsius F L, unde concludo, ut F C 12 ad F L 1, sic 2400 ℔ videlicet vectis & oneris conjunctum pondus, ad 200 ℔ quæ ex C suspensæ istis æquipondiæ forent istoc duntaxat situ, posito



enim M centro gravitatis H, & assurgente segmento A B D, non opus erit 200 ℔ pondere, cujus illustrandi gratia perpendicularis N O per centrum M plano A B D horizonti parallelo terminetur in O, tributa igitur O G in P ut P G itidem quintupla sit reliqui P O, atque eo situ perpendicularis per P educta totius ponderis erit pendula gravitatis diameter, esto autem F C quintupla rectæ F P, unde concludes, ut F C 15 ad F P 1, sic 2400 ℔ ad 160 ℔ quæ tunc situs æquiponderantiam tuebuntur.

3 *Exemplum.*

Verumenimverò quia hastarum similiumve scaporum humeris gestatorum ratio antecedenti exemplo non sit admodum adsimilis, hanc ipsam tertio paradigmate persequemur.

DATVM. Palangrarius humero B gestet hastile librarum 12, cujus axis sit C D, centrum gravitatis E, atque ab hastilis & humeri contactu acta B F horizonti perpendicularis secet axem D C in G, manus hastile rectà deprimens statuitior in puncto axis H, sitque G H dupla G E.

QVAESITVM. Quanta potentia manus sit inquirere.

CONSTRVCTIO.

Quandoquidem G H dupla est segmenti G E, etiam pondus ab E, quod est hastilis universi duplum erit ejus quod ad H collocatur, videlicet manus; sed hastile

hastile est 12 ℔, itaque manus potẽtia tanta erit quanta pondus 6 ℔ ab H dependentium.

Sed si ab hastili ex K dependeat jucundum raptori præmium gallus I 3 ℔ ut K G ipsius G H sit tripla palam est prædam 9 ℔ pondus adjicere, atque universim manus potentiam 15 ℔ præmere.

Verum hæc manu rectâ deorsum premente intelligantur, atqui si in obliquum ducatur, quæ ratio erit rectà descẽdentis ad descendentem obliquè, ea erit per 21 propos. 1 lib. statices ponderis rectè descendentis ad descendens obliquè, unde reliqua per ejusdem lib. propos. 22. perspiciuntur.

4 *Exemplum.*

Hactenus quidem affectiones expositæ nobis sunt, ubi utrimque à firmitudinis puncto scapi extenduntur. sequitur unicum unici scapi exemplum.

DATUM. A B axis esto scapi 10 pedes longi pondere 400 ℔, fixi termino A cætera verò mobilis, cui pondus 1000 ℔ insideat & scapi quidem seu vectis gravitatis diameter sit C D, ponderis vero F G. Quæritur quantis viribus ad B, pondus E commoveatur.



CONSTRUCTIO.

Investigato conjunctim utriusque gravitatis diametrum, jugo G D quæ connectit diametros E G, C D ita diviso in H, ut segmentorum H G, H D ratio sit quæ vectis 400 ℔ ad onus F 1000 ℔ seu quod idem sit ratione subdupla-subsesquialtera. Si v. g. A H assumatur pedum 2, concludes ut A B 10 pedes ad A H 2, sic onus ponderis & vectis 1400 ℔, ad 280 ℔ potentiam videlicet qua ad B opus sit ut cæteris vi æquipolleat, hoc est quasi 280 ℔ attollendæ forent, cujus demonstratio è 14 propos. 1 lib. Statices manifesta est.

Verumenimverò si Staticus simplicissima causæ cognitione computum instituere malit, Isorropica diagrammata sibi effingat, ut Geometra adjuvandam memoriam geometrica depingit. Sit igitur I K vice vectis decempedalis A B, hinc I L referat bipedalem rectam A H & loco H quod centrum gravitatis notat, hic erit L, unde M 1400 ℔ dependent: deinde ab I, quod firmitudinis punctum intelligitor, describatur I N æqualis priori I K, & quantum pondus ipsi

ipsi M æquipondium hinc suspendi opus sit per 3 propos. 1 lib. inquirito, hoc modo, cum I L subquintupla sit rectæ I N, quinta pars ponderis M 1400 ℔ ex N puncto, scilicet O 280 ℔, priori æquipondia concludetur, sed ponderis O ab N descendentis per 13 propos. 1 lib. Statices tanta potentia est, quanta ejusdem ad K attollentis, I K enim & I N ex hypothesi æquantur. Quamobrem vis qua K attollitur, tollet pondus 280 ℔ in vecte ad punctum B. Similibus diagrammatis Staticus mechanicorum paradigmatum, quæ brevitatis studio in hæc paucula contraximus, causas inquiret.



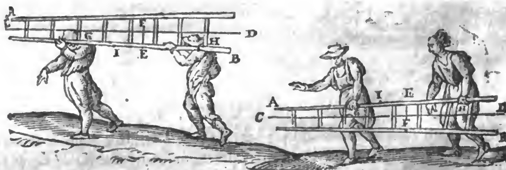
8 PROPOSITIO.

Ponderum gestatorum formas & rationes inquirere.

DATVM. Exponantur scalæ A B quarum extrema, ut ferè solent, dispari sint gravitate, cujus onus duobus palangariis æquali pondere partiendum, ut axis C D horizonti parallelus perpetuò maneat.

CONSTRVCTIO.

Scalas in acie aliqua huc illuc versato donec partium æquamentum inveneris in E, & si crebrò alio transferendę sint notam istic incidito, deinde perpendicularis ab E ducta occurrat axi C D in F, denique signato duo puncta G, H, æquidistanter ab E F, ajo hic in G istic in H æquale pondus à palangariis sustineri.



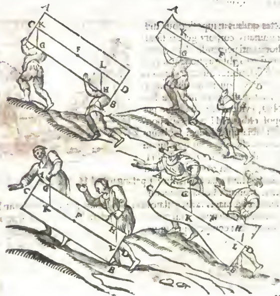
Sin autem alterum alterius duplum perferre opus sit, unius ab E F distantia reliqui fiat dupla ut A E ipsius E I; atque is qui ad I duplo pondere premetur respectu ejus qui ad H. Simili via onera distribuentur palangariis pro ratione data.

QVÆ scalarum speciali exemplo ostendimus, de quolibet solido corpore intelligas, ut in diagrammatis subjectis perspicitur; memineris autem lineas planorum quę per inordinatorum corporum gravitatis centrum ducuntur in ipsorum superficie per 1 prop. designari; perpendiculares item per G, H actas ipsi F F parallelas esse.

Atque



ATque ave quidem C D ad horizontem parallelo ratio hujusmodi fuit, at qui eo ad horizontem obliquo ut in adscensu montis ponderositatis ratio quidem diversa, ex antecedentibus tamen in promptu erit. Igitur in clivi adscensu qui ad G præcedat, alter ad H subsequatur.



Perpen-

Perpendiculares per G, H, eductæ secent axem C D in K, L, hic pondus non tribuitur, ut ante, æquis partibus, namque F K in duobus primis diagrammatis major est quam F L, in reliquis verò minor, sed ut F K ad F L sic pondus palangarii H, ad palangarium seu vectiarium G. Vnde evidens est si firmitudinis puncta G, H sub axe C D constituantur antecedentem minus premi, sin verò supra sit, sequentem leviore pondere urgeri. Denique si firmitudinis puncta in ipso axe C D figantur ponderis varietatem, neque in clivo neque in planitie ullam esse. Quarum demonstrationes è 14, 15, 16, 17, 18, 27, 28 propos. 1 lib. repetantur.



Veruntamen cum multorum institutum non patiatur istas cognoscere, qui nihilominus id optant mechanica ratione edoceri, ii sumant baculum quomodocunque incurvum A B, quod funiculo C D suspendant ex C. Demissis deinde à C D æquali distantia duobus perpendiculis G H, I K, ut H L, L K ęquales sint, baculum eandem servabit thesin; idem erit si spatium N L dimidium quidem sit ipsius L K, pondus verò M ponderis F duplum, atque ita deinceps in cæteris. Qua via experientia comprobante, quæ supra nobis exposita sunt facillimè intelligentur.

Rectas quibus in superioribus diagrammatis corpora gestari finximus, horizonti perpendiculares collocavimus; si vero obliquę sumantur plus virium desiderabitur quam sit corporis ipsius gravitas, quantum verò unusquisq; ferat ductis perpendicularibus I M, N O, evidens erit, namque per 27 propos. 1 lib. ut M I ad I G sic pondus rectà sublatum ad idem sublatum obliquè hoc est potentiam hominis in G; consimili modo ut O N ad N H, sic ejus pondus cum rectà attollitur ad idem obliquatum quæ efficientia est palangarii ad H, unde singulorum effectus per 22 propos. 1 lib. concludetur.



A' pluribus & magis variis gestatorum ponderum paradigmatis cum brevitatis studio supersedemus, tum quia ex antecedentibus lucem & demonstrationem accipiunt compendi facimus.

9 PRO-

9 PROPOSITIO.

Axium in peritrochio & tractorum ponderum rationes inquirere.

Pondus movens & motum semidiametris tympani & axis proportionales sunt, unde majoris evidentiæ gratia, theorema tale instituimus.

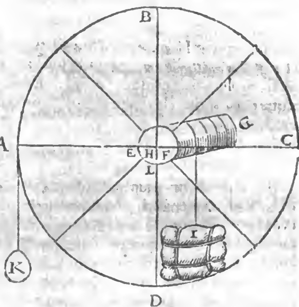
THEOREMA.

Si & ab axe & ab extremâ tympani semidiametro horizonti parallelâ pondera situ æquipondia dependeant, hæc erunt semidiametris reciproce proportionalia.

DATVM. Esto tympanum ABCDEFG, quod versetur circa axem EFG cujus diameter EF, centrum H, pondus I ab axe dependeat, ABCD sit ipsa rota seu tympanum, cujus semidiameter horizonti parallela AC, & à termino A pondus K dependeat situ æquipondium ipsi I; L autem axis & sustentaculi sui infimus contactus. QVAESITVM. Demonstrato, HA, HF, & I, K, in eadem analogia esse.

DEMONSTRATIO.

Enimverò tympanum ABCD libtilis istar esto, cujus ansa LB, ut sublatis ponderibus K, I, partes tympani BDA, BDC sint æquilibres. Si igitur pondus I ab F dependere fingas, quia hic tantæ est potentiæ quantæ suo loco, K autem è loco suo A, per 1 prop. 1 lib. eadem ratio erit radii longioris HA, ad breviorem HF, quæ ponderis majoris I ad minus K. Quamobrem si HA sextuplus sit ipsius HF, etiam I sextuplum fuerit ipsius K, ut si I ponatur 600 librarum, K erit 100, ideoque potentia hominis ad A æquivalens 100 libris, situ æquipondia foret 600 libris ad I, & quo attolli possit (propter impedimenta contactus axis & sustentaculi C) paulo potentius quam 100 ℔ agat necesse erit.

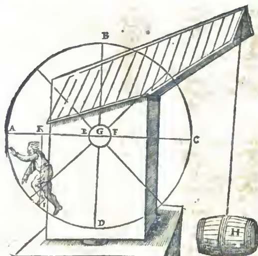


2 *Exemplum.*

Hinc tympanorum qui Græcis γέρανοι similiumque rotarum ratio, quæ à calcantibus hominibus versantur, manifesta est. Exponatur enim tympanum ABCD, diametro AC horizonti parallela, cujus axis crassities ad tornum rotundati sit EF, centrum G, pondus ab axe H; homo ad I situ æquilibris ponderi H, & IK gravitatis ejus perpendicularis in AC. Notum autem GK, ad GF esse, sicut pondus H ad gravitatem hominis qui ad I, si igitur GK qua-

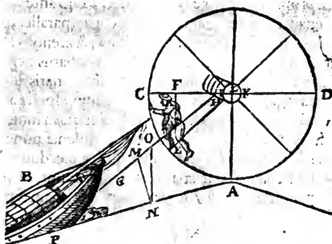
 drupla

drupla sit ipsius G F etiam pondus H quadruplum erit ipsius hominis, quare posita gravitate hominis I librarum 150, atque H 600 ℔, eo situ æquipondeSabunt, neque H quoquam impelletur, sed si ulterius tendat versus A, etiam H necessariò attolletur, quia ratio ipsius G K ad G F tum major foret quam in thesi. Si plures tympanum calcent, vicinior ipsi A aget potentius remotiore; atque per 3 prop. 1 lib. cum singulorum tum etiam universorum potentia concludetur.



3 *Exemplum.*

Atqui ponderum quæ rectà attolluntur, ut sunt onera quæcunque, sarcinæ, vasa, quæ tympanorum subsidio è navibus eximuntur, ratio hujusmodi est. Pondera verò obliquè adscendentia, cujus generis sunt naves quæ in *Belgio* sæpe trans aggeres & aquarum obices traducuntur, rationem non paulò diversam habent. Enimverò sit agger A, B navis trans aggerem pertrahenda, C D tympanum, diameter C D horizonti parallela, homo navi B situ ἰσόρροπος seu æquilibris habeat gravitatis diametrum F E, funis ductarius G H, axis soliditas I K. & centrum L: deinde esto M N normalis aggeris clivo, horizonti autem perpendicularis ad idem punctum N sit N O. præterea L F sextupla est semidiametri L K; & N O tripla ipsius M O, pondus autem hominis tympanum calcantis ℔ 150. Quæ cum ita sint, erit ut L F ad L K, sic ex antecedente Theoremate pondus è fune ductatio suspensum rectà descendens, ad gravitatem hominis 150 ℔, L F autem ex hypothesi sextupla est ipsius L K, quamobrem pondus è fune H G recta descendens sextuplum quoque esset 150 ℔, quæ sunt 900 libræ, & homo tympanum versans tam potenter agit quam 900 ℔ obliquâ trutinâ suspensæ. Itaque per 20 propos. 1 lib. pondus navis B ita se habet ad 900 ℔, ut N O ad O M, sed N O tripla est ipsius O M exthe-

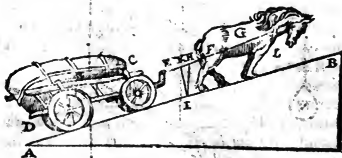


ex thesi, itaque navis est tripla 900 ℔, hoc est pendet 2700 ℔, cujus ratio ad gravitatem hominis versantis est octupla. Atque hoc quidem tali situ, sed si navis promoveatur & sursum attollatur, ductarius funis eò adscendet rectius (nisi fortè alibi in navi firmetur) & consequenter recta M O ad N O majorem habuerit rationem, & propterea situs æquamentum paulò majus foret quam 900 ℔. Qui igitur & axem & tympanum justæ quantitatis fabricari cupiet, quod nec mole sua excedat, aut exilitate deficiat, rationem inibit situs, quo navis gravissima cum erit, maxima potentia opus habebit.

Advertendum autem è 24 propos. 1 lib. hominis E potentiam, se tum exerere maximè cum funis ductarius G H plano aggeris P N parallelus erit, tum enim H G navis axi perpendicularis insistit, hoc est, rectæ per navis gravitatis centrum plano P N perpendiculari. Quamobrem quanto G H, P N rectæ ad parallelismum magis accedunt, tantò facilius, & si recedant difficilius pondera movebuntur.

4 *Exemplum.*

Indidem planum est, quanto majori pondere æquus curru junctus clivumq; adscendens afficiatur, quam si eundem in planitie trahat. Exponatur enim A B montis clivus, currus C D 2000 ℔, E F funis esto, G equus currui hoc situ æquivalens; tum H I, I K perpendiculares plano A B, & H I quadrupla ipsius H K; his positis, per 20 propos. 1 libri erit, ut K H ad H I, sic pondus obliquè attollens cujus vicem equus explet, ad gravitatem currus, sed K H quarta pars est H I ex thesi; quamobrem pondus obliquè tollens foret 500 ℔ nimirum quarta pars currus; itaque antilena pectus equi non tam præmit, quam onus



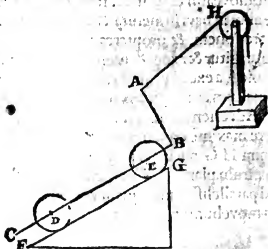
500 ℔ dorsum, atque hoc quidem (videlicet cum promovebitur) præter impressionem istam qua afficitur in campi planitie trahens.

Præterea per 24 prop. 1 lib. & per ea quæ de navi paulo ante disseruimus patet, tum equorũ potẽtiam esse maximam cum lora currus parallela erunt viæ æquabili videlicet & duræ, nam in asperis, inæqualibus, & arenosis satius est lora ponè paulò inferiora esse quam ante. Quod Batavicis cisiariis experientia eruditis usitatũ est, qui currubus ita aptatis lora cum per littus maris aut per alias planas durasque vias vehuntur pone altius firmant quàm in asperis arenosisque, hic enim quamvis horizonti parallela sint salebris tamen non sunt, quod in pertrahendo ponderosius & difficilius est quam si postilenæ pone humiliores forent quia tum ad salebrarum parallelismum propius accedunt. In locis arenosis ubi currus altius arenæ insidet, etiam rotæ descendunt, ac propterea quoq; si lora horizonti parallela sint plus negotii facessunt quam si pone depressiora fuerint.

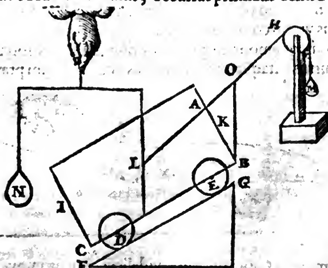
NOTA.

Objiciat autem quis primò, *Cur dixerimus H K esse ad H I, sicut pondus libræ obliquæ si quâ hic esset (cujus vicem equus subit) ad currus gravitatem*; Fortean ratus impropriè usurpari *gravitatem currus pro pondere rectâ attollẽte gravitatem currus*.

Secundò cur funis E F nullam situs differentiam annotaverim, qui per currus gravitatis centrum trajectus equum fortè leviore aut ponderosiore gravitate afficiat, quam si vel supra id vel infra meet. His igitur rationibus quî commodè occurri possit, & simul γραμμικῶς evinci proportionem expositam esse legittimam, A B C currus esto è mathematicis lineis efformatus & quasi μονόγραμμος, rotæ D, E, via cui insistit F G, denique funis ductarius libræ obliquè attollentis post paulò exprimendæ sit A H.



HVic currui μονογράμμῳ imponito prisma I K, quale in subjecta figurâ videre licet, ut A H continuatus, occurrat prismatis centro L. Esto item

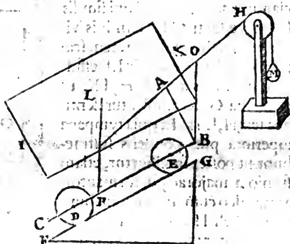


obliquè attollens pondus M prismati situ æquilibre, centroque L annectitor

alïud

aliud pondus N rectâ attollens prismati exposito situ quoque æquipondium; horizonti autem perpendicularis B O rectam A H intersecet in O: quæ cum ita sint, Ajo per 20 propos. 1 lib. A O, O B ponderibus M, N, proportionales esse, sed quia N connexum est cum L expositi prismatis I K gravitatis centro, ipsum N per 14 propos. 1 lib. prismati erit æquipondium, unde efficitur A O esse ad O B, sicut M ad prisma I K. Atque ita primæ objectioni occurrimus si A H ductarius funis per L gravitatis centrum transeat.

Secundæ objectioni autem cum AH infra supra ve centrum L consistet hoc modo obviam imus. Prisma I K pendulæ suæ gravitatis diametro L P innixũ recta sursum tollitor. jam per 3 postulatum ipsum currui A B C non est majori pondere onerosum quam fuerat in priore situ, atque ideo non erit opus ut M nunc potentius agat quam ante; sed H A continuatus meat sub centro L, quamobrem M idem pondus ducit quod ante, cum H A ad ipsum gravitatis centrum pertineret. Demonstratio huic affinis erit quando A H continuatus supra gravitatis centrum L meabit, hoc est, cum prisma I K recta deorsum sub curru trahetur. Quamobrem utramque istam ἀπορίαν rationibus mathematicis explicavimus.



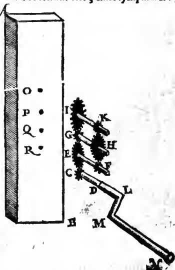
10 PROPOSITIO.

Infinitæ potentiæ formas & accidentia exponere.

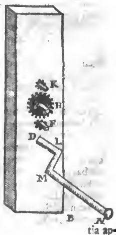
Variæ machinæ humano ingenio ad effectiones mechanicas excogitantur, quarũ potentia infinite augeri possit unde & nomen sortitas infinitas potentias appellant, quarũ hic scopus est, videlicet quę potẽtia effectrix dato instrumento, æquivalens sit põderi mobili. Vel quanto tempore pondus ad datum intervallum promoveatur atq; his consimilia; huic negotio exprimam instrumentum simplicissimũ quidem quantũ res ipsa feret, quo tamen commodissimè institutum meum explicem, ubi ante de machina *Archimedis* infinitæ potentiæ, cujus *Plutarchus* aliiq; meminerunt, pauca retulero. Cum enim *Hiero* Siciliæ Tyrannus navem immensæ magnitudinis, formaque in speciem perquam eleganti, cõstruxisset ut eam *Ptolomao* Ægypti Regi dono mitteret; Hanc universæ Siracusæ summo conamine è littore in altum deducere nequibant; sed postquam *Archimedes* instrumenta machinasque admovisset Rex *Hiero* sola manu navem impulit. Machina autem hæc *Archimedea Charistion* dicta, (cujus formam & descriptionem in Regia Bibliotheca inventam *Iacobus Bessonius* publicavit) axes habebat cum infinitis cochleis, inventum sane dignum quod ad posteritatem transmittatur, cujus descriptio quia præsenti instituto assidet, huic loco conveniret, in ipsi substituerem infinitam hanc potentiam, quâ communis cæterarum similium infinitæ potentiæ machinarum affectio commodissime explicabitur, quæque, ut mihi quidem videtur, isti operi sit aptior. Cum sit materiâ firmiore

solidioreq́ue & impensis minoribus parabilis, quâque eodem temporis spatio plus efficiatur, potentiæ tamen infinitæ consimiliter ipsi charistio.

Sumito trabem A B soliditate & magnitudine operi instituto & effectionibus mechanicis congruente; efformato deinde tympanum ferreum C per ambitum dentatum, cujus diameter sit dicis gratiâ, digitorum trium, inque ambitu dentes sex, per centrum transfiderur axis ferreus C D ad terminos C & D quadrangulus, scapus autem intermedius rotondus esto; hinc tympana E v.g. dentibus 18, F dentibus sex trajiciantur eodem axe E F qui similis sit antecedenti C D, terminis videlicet quadrangulis teretem scapum claudentibus. huic EF effingantur similes axes G H, I K, ut tympana G, K, ambiantur dentibus sex, H, I, 18. Et quia tympana superiora plus ponderis sustinebunt, ut postea intelligetur, etiam firmiora majoraq́; deformantor, atque ideo cum axes ordinabuntur paralleli H quidem mordicus implicabitur ipsi F, distabit autem à tympano K, item G implicabitur tympano I non autem tympano E, quod ipsum partiũ dispositio quoque postulabat.



Fiat deinde manubriũ L M N, cavo quadrangulo cui quadrangula axiũ capitula D, F, H, K exactè congruant, sitq́ue flexura M L pedem longa, schapus autem M N fiat longitudine mox paulò infra definiendâ. Denique in trabe A B transversim quatuor foramina terebrẽtur eâdem inter se distantia qua axes, ut tympanorum dentes commodè inter se implicati & mutuo sese impellere possint, cujusmodi hic sunt O, P, Q, R quibus axes I K, G H, E F, C D inserti congruant, axium autem scapi, teretes inter duos tympanos intermedii longitudine suâ trabis crassitiem æquent; quadrati autẽ isti axium termini K, H, F, D, tres aut summum quatuor digitos extra tympanos promineant. His ita deformatis detracto tympano I axem I K inserito in foramen O, similiter G H in P, E F in Q, C D in R, affigantur deinde cuique axi sua tympana, dentesq́ue tympani F in fronte mordicus impliciti dentibus H ipsum impellant; similiter in tergo ut C impellat tympanum E, & G ipsum I, formaq́ue perfecti *Pancratii* (sic enim instrumentum hoc à suâ efficientia ap-

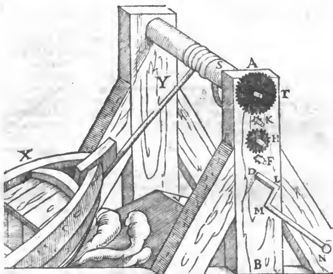


tia appellare liceat) erit qualem in subjectâ figurâ expressimus.

Exemplum verò hoc quod quatuor duntaxat axibus effinximus augeri minuive, & ratio dentium 18 majoris tympani quæ minori comparata tripla est, ad libitum item mutari poterit pro modo mechanicis effectionibus quibus Pancration istud deformabis congruente.

DE VSV ALIISQVE PANCRATIO ACCIDENTIBVS.

PAncratii nostri usum unico duntaxat exemplo quod cæteris facem præluceat, reddemus illustriorem; videlicet quâ ratione ipso in suculam transformato ejus adjumento naves trans aggeres septaque seu aquarum obices traducantur; neque enim hinc parum utilitatis ad regiones has, præcipuè verò Hollandos redundabit. Esto igitur Pancration A B, tympana dentata K, H, F in fronte trabis; I, G, E, C in tergo, L M N manubrium seu ut Pappus in mechanicis loquitur λαβὴ, axis autem cui funis ductarius obvolvitur S crassitie sesquipedali per trabem trajectus emineat capitulo quadrato cui affigatur den-



tatum tympanum T, diametri bipedalis per ambitum 36 dentibus distinctus, atque asteriscus hic minimum tam amplus formandus axe S ne rotatus ejus ab I tympano impediatur. Deniq; summitas aggeris V superet imam carinam navis X aquę innatantis pedibus quatuor, hoc est, ut perpendicularis à summo aggere demissa in planum horizonti parallelum per imam carinam actum, sit pedum quatuor. Iam ut navis trans aggerem traducatur circumducito manubrium L M N, oportebit igitur scapum M N tantâ longitudine construi ut omnes quorum opera opus erit commodè hinc inde consistant.

RATIO VERSATIONVM MANVBRII AD AXEM.

QVia manubrum LMN ter rotatum ſemel circumagit tympanum F,at novies ſemel in orbem aget H, & 27 tympanum K, hinc 162 circumductum convertet ipſum T hoc eſt axem S. Eodemque modo manubrium LMN affixum ad F id tympanum 54 circumducendum erit ut axis S ſemel convertatur. ad H 18, K ſexies, T autem toties in orbem vertitur quoties ipſemet axis S. Cum autem manubrium altius inſeres quam in D, verbi gratiâ in K, ne inferiora tympana, quæ difficultatem operi inducunt, unà convertere ſit opus, proximè inferius quod in expoſito caſu eſt G loco ſuo depelles ne dentes ejus dentibus I amplius implicentur, atque ita inferior machinæ pars univerſa immota conſiſtet.

RATIO POTENTIÆ MANVBRIVM VERSANTIS AD PONDVS TRACTVM, QVALE EST NAVIS X.

CVm flexura LM ex hypotheſi pedem longa, octupla ſit aſteriſci C, etiam potentia quâ C agit in E æquivalens potentiæ impellentis manubrium LM erit ut 8 ad 1, eodemque modo propter efficientiam H in F, ut 24 ad 1 atque deinceps ab I in G, ut 72 ad 1, denique à T in K ut 216 ad 1. Sed orbiculus T æquivalet axi S, (æquivalere dixi, reverâ enim diameter axis S eſt ſeſquipedalis, T autem bipedalis ex hypotheſi, ſed quia dentes aſteriſci T ſextupli ſunt ipſius K, etiam diameter ſextuplum peterit diametri K quæ propterea erit 3 digitorum, & qui ad T digitorum 18, ſive ſeſquipedalis, quemadmodum diameter axis S) quare pondus ab axe S rectà deſcendens eandem habebit rationem ad pondus ſitu ſibi æquipondium, ſeu potentiam æquivalentem in MN quam 216 ad 1. Ratiocinium hoc ab axe S deſcendendo deorſum inire licebit, eodem modo quo ſurſum adſcendendo nunc nobis inſtitutum fuit.

Sed idem etiam hoc pacto explicari poterit. Cum manubrum MN 162 in orbem gyratum ſemel circumducat axem S, ut ſupra jam aſſertum eſt, & ratio diametri circuli à verſura manubrii MN deſcripti ad radium axis S ſit ſeſquitertia (namque LM ſcapus pedalis eſt, ſemidiameter autem axis S $\frac{3}{4}$ pedis) exporrecti ambitus 162 verſationum manubrii MN, ad ambitum circuli in axe S ſe habet ut 216 ad 1, atque in iſta ratione quoque ſunt ſemidiametri 216 iſtius circuli ad hujus circuli ſemidiametrum. quare per 1 propoſ. 1 lib. pondus iſtius ad pondus hujus rationem habebit eandem quam 216 ad 1. Vnde efficitur ſi MN tantâ verſetur potentiâ quanta eſt 25 librarum deſcendendo, quæ nobis v.g. hominis viribus æſtimetur, & major ubi collibitum erit (quamvis enim longè infra viri vires ſubſiſtat expoſita potentia, ita tamen exempli gratia ſumpſiſſe placuit) iſta inquam potentia æquivalebit, 5400 libris (nam 216 ſumpta 25 hanc ſummam efficiunt) ab axe rectà deorſum tendentibus. Iam verò navis X ſit ſextupla ponderis ab axe S rectà dimiſſi, itaque X navis 32400 librarum (quod pondus eſt 9 modiorum, ſi 3600 libras ſingulis modiis tribuamus) æquiponderabit priori ponderi ſeu quod idem eſt potentiæ manubrium MN continuè verſantis.

DE VER-

DE VERSATIONVM MANVBRII MVLTITVDINE, ET TEMPORIS SPATIO QVEIS OPVS EST AD NAVEM TRANS AGGEREM PERTRAHENDVM.

SEd quandoquidem ex hypothesi navis sextupla sit ponderis ab axe S suspensi, etiam inclinatio aggeris quà navis adscendit sextupla erit altitudinis suæ, quod è per 19 prop. 1 lib. cognoscere est; atqui altitudinem istam 4 pedum supra statuimus, hæc igitur sexies sumpta efficit 24 pedum inclinatam longitudinem. Ea longitudo axi S obvolvi debet ut navis gravitatis centrum trans aggeris medium traduci possit. Quare si ut ante ambitus circuli in axe triplus statuatur suæ diametri (nam in exposito casu ratio hæc verò satis vicina est) sesquipedalis, is erit ipse $4\frac{1}{2}$ pedum, qui in dictis 24 pedibus cōtinentur $5\frac{1}{3}$. quamobrem axis S $5\frac{1}{3}$ versandus; singulis autem ejus versationibus respondent 162 versationes manubrii M N, ut supra patuit, itaque in universum manubrium M N 864 circumducendum erit.

Vel sic. Singulæ versationes manubrii promovēt 25 ℔ per intervallum 6 pedum, hoc est, si pondus 5400 ℔ dependeat ab axe S singulæ versationes manubrii M N tantundem efficiunt ac si 25 ℔ 6 pedes attolleret, & consequenter quasi sexies 25 ℔ navis quę sunt 150 ℔ istos 6 pedes attolleret, divisisq; 32400 ℔ per 150 ℔ quotus erit 216, navis igitur universæ moles 216 versationibus manubrii M N 6 pedes promovebitur, atqui quater senos pedes promovenda est, itaque quater 216, hoc est 864 versationibus opus est. Vel (quia navis 4 pedes attollenda sit) proportione hujusmodi concludere poteris. una versatione attolluntur 25 ℔ 6 pedes. quot igitur opus erit ut 32400 ℔ attollantur pedes 4? concludes ut ante 864.

Sed millies manubrium unico unius horæ quadrante circumagī posse statuimus, quamobrem si omnia supra expositis congruant, universam molem navis sarcinarumq́ue, pondere 9 modiorum, homo unicus minori quàm quadrantis spatio trans aggerem pertraxerit. Si verò à tribus hominibus versetur manubriumq́ue insertent ipsi F intra quadrantis trientem, hoc est, $\frac{1}{12}$ horæ partem absolverint. si ab hominibus 9 manubrium ipsi H affixum circumducatur $\frac{1}{36}$ horæ navis pertrahetur. Poterit autem si sit opus Pancratium hoc geminari atque alterum opposito scapo Y inseri quale ipsi A B insertum vides, atque ita ipsos versantes bipartiri ne tanta hominum manus mutua opera interturbentur.

NOTATO

Navem hoc exemplo nobis ità considerari tanquam in traductione æquali semper pondere operas afficeret, cum tamen ipsum pro situ variari per tertium exemplum 9 propos. in confesso sit, ponderosius eniti molestiusque in fine quàm sub initium navis adducitur. Quamobrem hoc tanquam exemplo duntaxat, quomodo in singulis ratiocinium ineundum sit, usos nos esse cogitabis.

Tympana autem ista dentata seu astericos quos in Pancratio eadem serie sursum collocavimus, etiam transversè, etiam binos binis junctos, prout operis commoditas concinnitasq́ue exiget, constituere licebit.

ASSER-

ASSERTIO EORUM QUÆ SUPRA DEMONSTRATUROS NOS RECEPIMUS.

PAncration hôc firmius solidiusque & impensæ minoris quam Charistion Archimedeum mihi videri initio hujus propositionis dixeram; quoque minori temporis spatio plus efficeretur; potentiamq; infinitam ipsi ad extremum tribueram.

Operis quidem firmitudinem per se claram (meliora tamen non cōtemnens) cuilibet esse existimo, quid enim huic machinationi solidius excogitari potest solido arboris trunco? cujus partes arctius longe tenaciusque cohærent, quam trabes inter se compactæ & coagmentatæ. Impensæ quantulæ? quas ne verbis quidem explicare opus est.

Quid, temporis spatium cujusmodi? manubrium, quod pro ratione operarum ipsum versantium cuilibet asterisco insertare licet, nobis argumento erit; levioribus enim oneribus ducendis altius, ponderosioribus verò humilius inserto manubrio, onus trahendum quamlibet ponderosum convenienti labore jugique motu commovetur. Cui absimilis est iste Charistii & tympanorū motus, nam leviculæ navi etiam adhibetur potentia majoribus ponderibus congrua, quæque ideo temporis moram prolatat; imò cum trahendum pondus majus sit quam ut commodè commoveri possit, magna hominum equorumque manus adhibenda, quæ nonnunquam laboriosè procedit, quandoq; subsistit atq; ita tempus ducitur, navibus autem damnum infertur: nam una è maximis tre-

* Leydtschen Dam. decem aut quatuordecim modiorum capax, quę per * Lugodinensem aquarum obicem traducuntur, viginti hominibus tympanum calcando versantibus opus habet, qui sæpè facta statione simul se demittunt, navesque subjecto strato graviter illidunt. Quod in Pancratio secus est, quia navis jugiter æquabiliterque impellitur.

Sed potentia, quam pancratio infinitam assignavimus, hic tanta est in D, quanta Tympani diametro 324 pedum. Enimverò per centrum tympani tantæ diametri inducatur axis æqualis ipsi S diametri sesquipedalis, unde ratio semidiametrorum existet ea quæ est 216 ad 1, atque ideò per 9 propos. pondus ab axe ęquilibre ponderi, è tympani diametro horizonti parallela dependenti, habebit ad ipsum rationem eandem quam 216 ad 1; atqui eadem ratio est potentiæ manubrii M N ad pondus ab axe S: itaque manubrii ad D efficientia in axem S tanta erit, quanta tympani diametri 324 pedum, qui ne in maximo quidem tympano 30 pedes æquat nedum excedit, unde expeditè concludere licet quanto Pancratii efficientia potior sit potentia tympanorum, & quamvis tympanum minore labore à calcante versetur, non tamen, ut jam edisseruimus, adeo utilissimum quoque fuerit. At si quis commoditatem istam calcandi in pancratio majoribus molibus subvectantis promovendisq; desideret, asteriscorum D, F, H, K, T axiculo cuicunque libebit pro manubrio rotulam, quam majus tympanum dentanti ambitus verset affigere quidem licebit, sed utilitatem superante impensa.

Atqui si potentia jam deformati pancratii oneri trahendo cedat, non tamen labor, non impensæ perierint: alter enim asteriscus triplicans numerum potentiæ dictæ 216 ipsi D subjiciatur, tum manubrium ejus axiculo affixum efficiet hic potentiam unius libræ ponderi 648 librarum ab S dependentium æquilibrem, quà via ad optatam efficientiam tandem adscenditur.

Quam-

Quamobrem si institueretur pancration 30 orbiculis axiculisque, cujus maximus asteriscus minimi esset decuplus, tum manubrii flexura maximi asterisci semidiametro, & sucula S minimo asterisco æqualis, quę in speciem machina admodū magnę molis nō foret, pōdus ab istiusmodi sucula ad alterū sibi æquilibre è manubrio suspensū esset in ratione 1000000000000000000000000000000 ad 1. Posita igitur perimetro minimi asterisci pedis unius tum tympani perimeter (per cujus centrum inductus est axis perimetri pedalis) instituti pancratii manubrio æquepotētis esset pedū 1000000000000000000000000000000, Atqui maximi in terreno globo circuli ambitus nō excedit pedes 108000000, gradu æstimato stadiis 480, stadio passibus geometricis 125, passu denique pedibus 5. Itaque ambitus tympani huic tantulo pancratio æquivalentis aliquot millies millenis modis maximum terrestrem circulū excederet. Iam verò pancratii manubrium infimo asterisco affixum, verset aliquis pusio qui paulò efficacius in id agat quam unius libræ pondus, is summo axi absolvet funem 1000000000000000000000000000000 libras ducentem (adverte tamen summum istum axem die uno ne semel quidem integrè circumductum iri) quę universæ terræ molem cæteraque hac comprehensa quater millies suo pondere excederent, cujus demonstratio hujusmodi affertur. Ambitus maximi terrestris circuli est pedum 108000000, ut jam supra docuimus, unde efficitur aream minorem esse pedibus 1000000000000000, atque sphæricam terræ superficiem minorem 4000000000000000 pedibus; sextans autem semidiametri globi terrestris minor est pedibus 6000000 quæ multiplicata cū 4000000000000000 efficiunt 24000000000000000000000 cubicos pedes lōgè majores universæ terræ soliditate, jam singulorū pedum pondere (licet eò neutiquā pertingat) 100 libris taxato, universi terrarum orbis pōdus 2400000000000000000000000 libris cedere intelliges qui numerus per 4000 multiplicatus longè infra expositum 1000000000000000000000000000000 consistit.

Meritò igitur machinæ huic infinitam potentiam tribuimus. Neque *Archimedis* exclamatio, δός μοι πῦ στῶ καὶ, κινῶ τὴν γῆν da mihi ubi consistam & terram hanc eo pertraham, in quam ob inventū à se Charistion quondam ovans erupit, impossibilis aut absona videri debet. imò rationi consentaneam jam evicimus, secus radiorum & ponderum reciproca proportio quæ prima primi libri propositione nobis demonstrata fuit, à veritate dissideret, quod ipsum & falsum & impossibile est. Vt tamen etiam exemplo veritas ejus elucescat; demus Charistio, vel huic Pancratio locum extra hanc terram ubi defigi possit, globumq; hunc terrenū ponderi jam dicto 2400000000000000000000000 ℔ æqualem, atque hominem singulis manubrii versuris 100 libras tres pedes sublimè attollere, horisque singulis 4000 versationes conficere idque decem cōtinuorum annorum jugi motu, annis singulis 365 diebus definitis, manifestum est terram isto temporis spatio $\frac{10512}{240000000000000000000}$ unius pedis sua sede emotum iri, & quamvis quantitas ista nec cerni nec notari possit, potentia tamen infinita nobis ita demonstratur & animo concipitur, quæ multis annorum seculis continuata motum oculis quoque notabilem produceret.

Deinceps verò in cæteris Pancratii formis humano usui accommodis, quomodo in navi machina impensa exigua loco γεράνε seu tympani qua onera imponantur atque eximantur, qua anchoræ majores adducantur cōstitui possit; Quomodo præla olearea vinaria atque hujus generis cætera vehementissimè comprimantur; quomodo splendidis structionibus maximi lapides subve-

ctari

ctari attollíque possint, aliaque id genus, non exhibemus quia quilibet Pancration hoc sibi suoque usui commodius reapse aptabit quam nos longis verborum ambagibus explicare possemus. Atque hic esto

TERTII LIBRI
FINIS.



LIBER QVARTVS
STATICAE
DE
HYDROSTATICES
ELEMENTIS.

BREVIARIVM.

* Postulata.

* Ponderitatum proprietates.



OCES *atque * αἰτήματα huic arti propria primum exponemus: tum ſuccedentibus novem primis propoſitionibus corporum in aquis * σώτινα ἰδιώματα: 6 alteris aquæ contra ſubjectum fundum preſſionis potentiam: duabus ſequentibus fundi laterum longitudinem ut habeatur aquæ contra ipſum optata preſſio: 18, 19 & 20 preſſuum aquæ gravitatis centra per ſua funda collectorum: 21 ex aquæ pondere, ejus magnitudinis inventionem: 22 denique proportiones quæ ſunt inter corporum magnitudines, materiæ gravitatem, & ipſorum pondera. Quibus tandem ad pleniorem intelligentiam Appendicem de hydroſtatices praxi attexemus.*

DEFINITIONES.

1 DEFINITIO.

Notam gravitatem hîc dicimus, cujus nota magnitudo cognitâ ponderitate exprimitur.

2 DEFINITIO.

Materie æquiponderantia corpora sunt, quæ in aëre magnitudine & ponderitate æquantur.

3 DEFINITIO.

Materiâ ponderosius corpus, quod magnitudine æqualibus præponderat.

4 DEFINITIO.

Materiâ levius corpus, quod æqualibus magnitudine, pondere cedit.

5 DEFINITIO.

Æqualium magnitudine corporum pondere majus, materiâ est ponderosiore.

6 DEFINITIO.

Solidum corpus est cujus materia non sit fluxa, quodq; nec aqua nec aër penetrat.

7 DEFINITIO.

Vas superficiarium est superficies corporis cogitatione ab eo separabilis.

8 DEFINITIO.

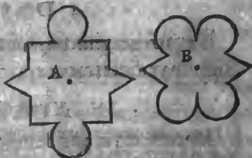
Fundum est superficies quævis, quâ aqua subnixa est.

9 DEFINITIO.

Regulare fundum, est planum omni diametro bisectile.

INTERPRETAMENTVM.

Hujus generis sunt circuli, ellipses, parallelogramma, cæteræque figuræ ordinatæ quas circulus recipit laterum numero pari, denique quâcunque sint forma, ut subjectæ A, B, atque istis similes infinitæ, quæ rectâ quâcunque per centrum acta perpetuò bipartitò dividuntur. contra igitur irregulares dicentur illæ quas quælibet sua diametros bifariam non partitur, huc referes triangula reliquaque polygona laterum numero impari, atque id genus cætera. Definitionem istam proposui, quia ut in sequentibus perspicitur, columna cujus basis sit fundum regulare, plano per puncta in ambitu oppositarum hedrarum transversim similiter sita trajecto, in duas æquas partes perpetuò dissecatur.



10 DEFINITIO.

Inane est locus corporis expers.

11 DEFINITIO.

Vacuum in quo aër duntaxat inest.

POSTVLATA:

1 POSTVLATVM.

Ponderitatem corporum in aëre appellari propriè, in aqua autem secundum hypothesin.

2 POSTVLATVM.

Aquam propositam omnibus partibus esse ponderitatis homogeneæ.

3 POSTVLATVM.

Pondus à quo vas minus altè deprimitur, levius; quo altius, gravius: quo æquè altè, æquipondium esse.

4 POSTVLATVM.

Vas superficiarium aquam, aliamque materiem continere ut ipsum nec frangatur, nec flectatur.

5 POSTVLATVM.

Vas superficiarum effusa aqua vacuum esse.

INTERPRETAMENTVM.

Vacuitatem non inanitatem dico, cæteroquin aëris adhuc pondus deesset.

6 POSTVLATVM.

Cujusvis aquæ superficiem summam, planam & horizonti parallelam esse.

INTERPRETAMENTVM.

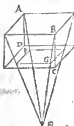
Licet enim quatenus pars est sphæricæ sive mundanæ superficiei, mundanam autem superficiem dicimus sphæræ cujusvis mundo concentricæ, itemque in guttula, aut aqua qua corpus aliquod oblitum sit, hoc ipsum à verò dissentiat; tamen nec tantilla hæc quantitas, nec illa copia postulata nostra evertunt. Certè aquæ superficiem summam, secundum *Archimedis* demonstrata, pro parte mundanæ superficiei adsumere atque hac forma cuncta efferre possemus, sed quia majore tædio atque adeò nullo Hydrostatices compendio hoc fieret, simpliciter & apertè postulamus, omnis aquæ superficiem summam esse planam & horizonti parallelam.

7 POSTVLATVM.

Rectas connectentes aqueæ columnæ summæ imæque hedræ horizonti parallelæ puncta * ὁμόζυγῆ & infinitum continuatas in mundi centro concurrere; ipsasque adeò hedras mundanæ superficiei esse partes. *similiter sita.

INTERPRETAMENTVM.

Columnæ A B C D hedræ summa imaque sunto A B, C D horizonti parallelæ atque B, C duo puncta ὁμόζυγῆ, ut cum *Ptolemæo* loquar, connectat recta B C horizonti perpendicularis, mundi autem centrum E ad quod adjungantur A E, B E, basin D C secantes in F & G inter hæc puncta describito figuram F G ipsi D C similem similiterq; sitam. Quæ cum ita sint, manifestum est neque rectas B C continuatas coire in centro E, cum A F & B G istic concurrant, neque plana A B, D C mundanæ superficies partes esse: postulamus tamen A D, B C istic concurrere, planaque A B, C D mundanæ superficiei partes esse, quia in hydrostatices praxi hujus differentiæ ratio nulla erit, quæq; nullo modo inter columnam A B C D & curtam pyramidem A B G F notari possit, etiamsi A B, F G tanquam mundanę superficiei partes assumatur. Et quamvis pro columna A B C D curtam pyramidem A B F G usurpare possimus atque ita succedentia theoremata enuntiare, tamen eadem causa, quam 6 postul. retulimus, nos ab isto labore deterruit. Et profectò tam ineptum fuerit hæc ipsa non admittere, quam postulantibus Astrologis, terram esse mundi centrum, fidem derogare.



PROPOSITIONES.

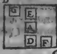
1 THEOREMA. 1 PROPOSITIO.

Aquam datam, datum sibi intra aquam locum servare.

DATVM. Aqua data vase superficiario contenta collocator in aqua B C. QVAESITVM. Aquam A eo loco subsistere.

DEMONSTRATIO.

A igitur (si ullo modo per naturam fieri possit) locum sibi tributum non servato, ac delabatur in D, quibus positis aqua quæ ipsi A successit eandem ob causam defluet in D, eademque ab alia istinc expelletur, atque adeo aqua hæc (cum ubique eadem ratio sit) motû instituet perpetuum, quod absurdum fuerit. Similiter demonstratur A nec adscendere neque in latus moveri. Proinde manifestum jam est, si A statuatur alicubi intra aquam in D, E, F vel G istic in loco sibi tributo sese sistere.



CONCLVSIO. Itaque data aqua quemlibet datum sibi locum servat. Quod demonstrare oportebat.

2 THEOREMA. 2 PROPOSITIO.

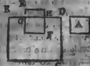
Solidum corpus materia leviore quam sit aqua non omnino mergitur, sed eminet aliqua sui parte.

DATVM. Solidum corpus A materiam habeat leviorem aquâ B C, cujus summa superficies B D. QVAESITVM. A aquæ impositum non universè mergi sed aliqua parte eminere demonstrandum esto.

PRAEPARATIO. E F vas superficiarium, cujus pars G F demersa & plena aquæ æqualis similisque fit ipsi A, itaque aquæ ejus superficies G H erit in plano B D, quia superficiarium vas E F gravitatis levitatisque sit expers.

DEMONSTRATIO.

Cum igitur A ex hypothesi materiam habeat leviorem aquâ G F, & hæc dato corpori A sit æqualis, G F necessariò ipsi A præponderabit, jam in vase superficiario loco aquæ substituitor corpus A ipsi congruum, nam ex fabrica parti G F æquale est & simile; cumque A corpus levius sit aquâ effusâ propterea vas superficiarium E F per 3 postul. non tam alte mergetur ab A atque ab F G; atqui quantò minus altè corpus superficiarium E F subsidit, tantum corporis A supra aquam extare necesse est.



CONCLVSIO. Quamobrem corpus solidum materiæ levioris quàm aqua non totum mergitur, sed aliqua sui parte supereminet. Quod demonstrasse oportuit.

3 THEOREMA. 3 PROPOSITIO.

Corpus solidum materiæ ponderosioris quàm aqua ad fundum usque demergitur.

DATUM. Esto corpus solidum A materiâ ponderosiore quàm aqua B C, cujus superficies summa B D, ima E C. QUAESITUM. A aquæ B C impositum ad fundum E C usque descendere demonstrator.

PRÆPARATIO. Vas superficiarium F G aqua plenum ipsi A simile & æquale deformato, cujus superficies summa F H in plano B D collocetur.

DEMONSTRATIO.

Cum A materiæ quidem ponderosioris sit ex hypothesi quam aqua E G, magnitudinis verò æqualis; A quoque gravius erit quam E G. Iam si in locum aquæ F G substituatur ipsi propter fabricam congruum corpus A attamen, ut patet, illo ponderosius, vas superficiarium F G per 3 postul. ab A corpore altius demergetur quam ab aqua F G. demonstravimus igitur corpus A mergi; sed ad fundum E C usque demergi ita evincam. Si enim fieri possit ne descendat ad E C, sed intermedio loco hæreat ut in I. Iam si vice solidi corporis I vas ejus superficiarium aquâ compleatur, eodem loco per 1 propos. subsistet: sed æqua hæc levior est isto solido; quamobrem gravius leviusque in humido eodem hærebunt loco, quod absurdum 3 postulato repugnat. Itaque corpus A inter B D, E C, summam imamque superficiem consistere nequit, ac necessariò descendet donec fundo subjecto E C impactum quiescat. CONCLUSIO. Solidum corpus igitur materiæ ponderosioris quam aqua ad fundum usque demergitur. Quod demonstrasse oportuit.

B F H D A G I E C

4 THEOREMA. 4 PROPOSITIO.

Corpus solidum materiâ aquæ æquiponderante, datum in aqua locum servat.

DATUM. Corpus solidum A materiam habeat gravitate æqualem aquæ B C. QUAESITUM. Corpus A ubicunque in aqua statuetur subsistere demonstrato. PRAEPARATIO. Esto vas superficiarium D, ipsi A æquale & simile.

DEMONSTRATIO.

Cum A materię ponderitate & corporis mole æquale sit aquæ D, ideo D ipsi A pondere quoque æquatur. Iam in vase superficiario D loco aquæ substituitor corpus A ipsi propter fabricam per omnia congruum, quare per 3 postul. vas superficiarium D ab corpore A nec magis nec minus demergetur quam ab aqua D; sed aqua D per 1 propos. datum sibi locum servat. Itaque etiam solidum corpus A in aqua B C tributum sibi locum retinebit, neque aliò delabetur.

CONCLUSIO. Quamobrem corpus solidum, cujus materies ponderitate aquæ est æqualis, datum servat locum. Quod erat demonstrandum.

B D A C

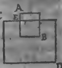
5 THEOREMA. 5 PROPOSITIO.

Corpus solidum materiæ levioris quam aqua cui innatat, ponderitate æquale est tantæ aqueæ moli, quantâ sui parte demergitur.

DATVM. A B corpus solidum materiam habeat leviorem aqua B C in quam immittitur, solidi autem superficies A B, pars in aquam immersa E B.
QVÆSITVM. Demonstrato solidum A B pondere æquari aquæ E B quæ æqualis est parti in aquam C D immersæ.

DEMONSTRATIO.

In vase superficiario A B loco solidi corporis A B substituitor aquæ copia tanta, quę ipsum eadem altitudine qua priùs in aquam immergat. quibus positis, aqua E B (cujus superficies est in superficie reliquæ aquæ cum vas superficiarium nullius sit ponderitatis) contenta vase superficiario E B per 3 postul. æquiponderabit solido corpori A B quia vas idem eadem altitudine immergunt. CONCLVSIO. Itaque solidum corpus materia leviore quam aqua in quam immittitur æquiponderat tantæ aqueæ moli, quantâ sui parte aquæ immergitur.



1 PROBLEMA. 6 PROPOSITIO.

Corpore solido sui parte notæ magnitudinis in aquam cognitæ ponderitatis immerso, totius solidi pondus invenire.

DATVM. A B C D solidum corpus formæ contingentis, E F aqua cujus pes cubicus ponderet 65 ℔, nam experientia edoctus Delfensem pedem Delfensis aquæ tanti ponderis esse cognovi, sicque deinceps in sequentibus exemplis usurpabimus; solidi corporis pars aquæ immersa A C D, cujus magnitudo sit 10000 pedum cubicorum. QVÆSITVM. Quantum pondus sit universi corporis A B C D quæq; illo vel continentur vel innituntur inveniendum esto.

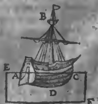
CONSTRVCTIO.

Multiplicatis 10000 cum 65 ℔ efficiuntur pro quęsito 650000 ℔.

DEMONSTRATIO.

Vniversum solidum A B C D æquiponderat per 3 propos. aquæ æquali corpori A C D, sed tanta aquæ moles pendet 650000 ℔; itaque etiam corpus A B C D erit librarum totidem.

CONCLVSIO. Quamobrem corpore solido sui parte notæ magnitudinis in aquam cognitæ ponderitatis immerso, etiam totius ponderitatem invenimus. Quod oportuit.



6 THEO-

6 THEOREMA. 7 PROPOSITIO.

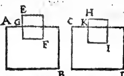
In aquis ponderitatis heterogeneæ erit ut ponderitas materiæ aquæ ponderosioris ad ponderitatem materiæ aquæ levioris, sic pars corporis solidi in aquam materiæ levioris immersa ad partem solidi ejusdem in aqua graviore demersam.

Datum. Aqua A B materiæ sit gravioris quam D C, corpus solidum E F materiâ utrâlibet ipsarum leviore, quod in aquam A B immissum parte G F aquæ insideat, idemque immissum in aquam C D mergatur parte K I.

Quæsitum. Demonstrandum materiæ gravitatem aquæ A B, ad gravitatem materiæ aquæ C D esse, sicut K I ad G F.

DEMONSTRATIO.

Moles aquæ ex A B æqualis ipsi G F, ponderitate æquabit corpus E F; sic item moles aquea ex C D æqualis ipsi K I æquiponderat per 5 propos. corpori H I sive E F cum ex hypothesi sit unum idemque corpus; & moles igitur aquæ ex A B æqualis ipsi G F ponderitate quoque æquat molem aqueam ex C D æqualem ipsi K I. Sed positis duabus aquis gravitatis æqualis erit magnitudinum & materię ponderitatum proportio reciproca, quod necessariò deducitur è definitione 5. quare ratio ponderositatis materiæ aquæ A B ad ponderitatem materię aquæ C D eadem erit, quæ magnitudinis K I ad magnitudinem G F. Conclusio. Itaque in aquis ponderitatis heterogeneæ ut ponderitas materiæ, &c.



7 THEOREMA. 8 PROPOSITIO.

Corpus solidum in aqua levius est quàm in aëre, pondere aquæ magnitudine sibi æqualis.

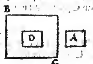
Datum. Esto A corpus solidum, aqua B C.

Quæsitum. Demonstrato corpus A in aquam immissum istic levius esse quam in aëre gravitate aquę molis magnitudine sibi æqualis.

Præparatio. Sit D vas superficiarium aquæ plenum, simile & æquale ipsi A.

DEMONSTRATIO.

Vas superficiarium D aqua repletum per 1 propos. in ipsa aqua nec gravitatis neque levitatis habet momentum, quare effusâ aquâ D vas tanto aquę pondere erit levius, id est, perfectè leve; in hoc substituito corpus A ipsi congruum, jam vas superficiarium cum corpore A sibi inserto pendet pôdus ipsius A simul cum dicta levitate, hoc est, pendet pondus A dempto pondere aquæ prius effusę, sed aqua ista mole æquat corpus A. Quamobrem A ponderitate



aquæ

aquæ magnitudine sibi æqualis levius est in aqua B C quam foret in aëre. Quod demonstrasse oportuit. *Vide pag. 155.*

2 PROBLEMA. 9 PROPOSITIO.

Data corporis solidi gravitate, ejusque materiæ ponderitatis ratione ad ponderitatem aqueam; ejusdem in aqua situs gravitatem invenire.

1 *Exemplum cum corpus solidum materiæ levioris erit quam aqua.*

DATUM. Aqua A B, corpus solidum C pendens 2 ℔, hinc ponderitatis aqueæ ad corporis solidi materiæ ponderitatem ratio quintupla esto.

QUÆSITUM. Invenire solidi C situs gravitatem in aqua A B.

CONSTRUCTIO.

Quanta gravitas sit aqueæ molis ipsi C æqualis expendito, ea erit bis quinarũ librarũ hoc est 10 ℔ quibus deductis de 2 ℔, relinquentur —8 ℔ solidi corporis C, quæ sunt levitas seu ascensus corporis C in data aqua AB.



Sed ut clarius exprimam, cogitatione fingito C in aquam A B immissum, contra quod, ut in diagrammate perspicis, suspensum sit pondus D 8 ℔ hoc situ D & C æquiponderabunt.

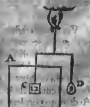
2 *Exemplum cum solidum corpus materiæ gravioris erit quam aqua, cujus pragmatia antecedenti affinis est.*

DATUM. Ratio ponderitatis aqueæ, ut supra A B, ad ponderitatem materiæ solidi C nunc sumitor subquadrupla, atque ipsum corpus C 12 ℔.

QUÆSITUM. Invenire solidi situs gravitatem in aqua A B.

CONSTRUCTIO.

Considerato quanta sit gravitas aquæ magnitudinis ipsi C æqualis, eaque deprehendetur ¼ 12 librarum quas C pendet, erunt igitur 3 ℔, quæ deductæ de 12 ℔ solidi C, reliquas facient 9 ℔ pro pondere C in aqua A B.



Cujus illustrandi gratia aquæ A B immergatur corpus C, cui ex opposito suspendatur D 9 ℔, hoc situ D & C æquiponderabunt.

Tertium

Tertium quoddam exemplum excogitari potuit, cum ratio ponderitatum utriusque materiæ aqueæ scilicet & solidæ æqualis erit: sed eo casu, normam formamque antecedentis pragmatiæ secutus, deprehendes solidum corpus in tali aquâ nec grave esse neque leve. demonstratio autem omniũ horum per 8 prop. manifesta est. CONCLVSIO. Itaq; corporis solidi gravitate, ejusdemq; materiæ ponderitatis ad ponderitatem aqueam ratione data, ejus situs gravitatem in aqua invenimus. Quod faciendum erat.

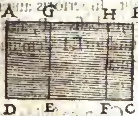
8 THEOREMA. 10 PROPOSITIO.

Aquæ fundo horizonti parallelo tantum insidet pondus, quantum est aqueæ columnæ cujus basis fundo, altitudo perpendiculari ab aquæ superficie summa ad imam demissæ æqualis sit.

DATVM. A B C D aquæ figura solida rectangula, A B superficies summa, E F pars fundi horizonti paralleli, G E perpendicularis à summa ad imam aquæ superficiem, columna G H F E comprehensa sub basi E F & altitudine E G. QVÆSITVM. Demonstrato basi seu fundo E F sustineri pondus æquale columnæ aqueæ G H F E.

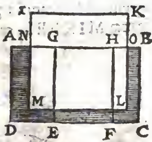
DEMONSTRATIO.

Si fundo E F plus ponderis insideat quàm aquæ G H F E, id erit ab aqua finitima, atque ideo si fieri possit esto ab A G E D & H B C F; quibus positis fundo D E quoque, propter aquam finitimam G H F E (cum utrobiq; sit par ratio) plus ponderis incumbet quàm sit aquæ A G E D, perinde quoque basi F C plus insidet ponderis quàm aquæ H B C F; quare toti fundo D C majus quoddam pondus insidet quam aquæ totius A B C D, quod tamen, cum A B C D corpus rectangulum sit, absurdum fuerit. Eadem ratione evinces fundo E F non minus pondus sustentari quam sit aquæ G H F E; quare tantundem duntaxat ponderis necessario ipsi incumbet.



1 CONSECTARIUM.

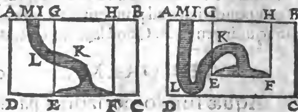
Immittito in aquam A B C D hujus propositionis corpus solidum I K L M, materiæ levioris quam aqua, quodque ideo ipsi innatet parte N O L M immersâ, reliquâ N O K I supereminente, ut in subjecta figura apparet. Iam solidum I K L M per 5 propos. gravitate æquale est tantæ aqueæ moli, quanta est pars sui demersa N O L M; quare solidum I K L M cum reliqua ipsum ambiente aqua pondere æquat corpus aqueum magnitudinis A B C D. Itaque etiamnum asserimus secundùm propositionis sententiam, fundo E F inniti pondus æquale corpori aqueo magnitudinis columnæ, cujus basis sit E F, altitudo perpendicularis G E à summa superficie aquæ A B ad imum fundum E F demissa. Vnde efficitur à materia qualibet aquæ innatante fundum nec magis nec minus affici, quam ab aqua in eadem altitudine constituta.



2 CON-

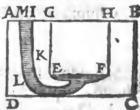
2 CONSECTARIUM.

Secundò in aquam A B C D immittitor corpus solidum, solidavè quotcunque materiâ aquæ æquipondiâ, inter quæ, reliqua omnis aqua expulsa, tantùm comprehendatur I K F E L M; quæ cum ita sint, hæc corpora fundum E F nec aggravant neque relevant ab eo pōdere quo aqua prius ipsum afficiebat. quare etiamnum ex sententia propositionis dicimus, fundo E F insidere pondus æquale aqueo ponderi, magnitudine columnam æquante, cujus basis E F, altitudo perpendicularis G E ab aquæ summo A B seu M I ad imum E F demissa.



3 CONSECTARIUM.

Sit tertiùm A B C D mera aqua, & in ipsa E F fundum horizonti parallelum. Quibus positis, aqua sub fundo F F tam potenter ipsum sursum premit, quam aqua supra insidens deorsum; secus enim per 1 propos. infirmius validiori concederet, quod hìc non fit quia utrumque loco suo permanet. Iam corpus solidum isti aquæ pondere homogeneum ita collocator ut aqua I K E F L M ab inferiori parte presset fundum E F, ut hìc. Quibus positis, aqua subter E F nunc tam validè premit fundum E F, sive ipsum solidum, quàm prius ipsam aquam oppositam: sed impressio tanta tunc erat quanta superioris aquæ ad E F depressio, ut supra patuit, superioris autem aquæ depressio æqualis erat ponderi columnæ aqueæ cujus basis E F, altitudo perpendicularis G E, à superficie A B seu M I ad fundum E F demissa. Itaque aquæ subter E F constitutæ impressio erit quoque tanta.



4 CONSECTARIUM.

Corpora solida secundi tertiique consectarii istic ita firmentur, effusaque aqua spatium I K F E L M vacuum nullo amplius pondere afficiet fundū E F; unde apparet aqua in vacuum locum rursum infusâ fundū E F tam validè premi, ac si integrū vas A B C D, sublato isto corpore solido, aquâ repletum foret.

5 CONSECTARIUM.

At verò quia immissa solida 2 & 3 consectarii sunt suo loco defixa, ipsorum materia extrema nec gravitate nec levitate ulla afficiet fundum E F, quamobrem sublata omni aquam ambiente materia, relinquentur internæ istæ aqueæ figuræ M I K F E L, quales hic vides.



Atque hìc etiam ex sententia propositionis dicimus base E F subnixum esse

pondus,

pondus, æquale ponderi aqueæ columnæ cujus basis E F, altitudo perpendicularis ab M I aquæ summo in fundum E F demissa. Atque ita in cæteris omnibus figuris quarum fundum sit in plano horizonti parallelo.

CONCLVSIO. Itaque in fundo horizonti parallelo, &c.

Inspice exorsum Praxis Hydrostatices ubi experientia hæc clarius comprobantur.

NOTATO

Propositionem 10 magis propriè efferri hoc modo:

Aquæ fundo in superficie mundana cõstituto insidet pondus æquipondiũ aquæ cujus magnitudo sit ęqualis segmẽtó sphærę comprehensæ à fundo & mundana superficie per summitatem aquæ eductę, quæ cõjungat superficies inter ipsa interjecta, descripta à linea infinita in mundi centro fixa & circa fundi ambitum obvoluta.

Cujus demonstratio eadem cum antecedente; sed propter causas 7 postulato expositas, isto modo proponere non placuit.

9 THEOREMA. 11 PROPOSITIO.

Si fundi regularis punctum altissimum in aquę superficie summa consistat, insidens ipsi pondus æquatur semissi aqueæ columnæ cujus basis fundo, altitudo autem perpendiculari, à summo fundi puncto in planum per ejusdem imum punctum horizonti æquidistanter eductum, demissæ æqualis sit.

1 *Exemplum.*

DATVM. AB vas aqua plenum, A C D E fundum inclinatum ad horizontem & primò quidem in angulo recto, cujus supremum latus A C sit in superficie summa aquæ A C F G; unde perpendicularis A E demissa in planum per fundi imum punctum, ut E D, horizonti æquidistanter eductum. Sitque recta D B horizonti parallela, à qua absumatur D H ipsi D C æqualis, & connectatur C H; atq; A C H D E sit dimidia illa columna, cujus fundũ A C D E; altitudo D H æqualis ipsi A E.

QVAESITVM. Demonstrato impressionem gravitatis aquę cõtra fundũ A C D E æquari expositæ dimidiæ columnæ ACHDE. Vel ut clariùs dicam: si I sit pondus obliquè ducens gravitate ipsi A C H D E æquale, funisq; ductorius K L parallelus cõtra D H, K autem pressionis potentiæ centrum in fundo collectæ (cujus in-

ventio 18 propoſ. inſtituitur) pondus I aquæ preſſui erit æquilibre, fundum A C D E (ſi labi poſſe fingas) eo ſtatu conſervans.

Vel, ut idem adhuc clarius illuſtrem, M N O P fundum eſto, ipſi A C D E æquale & ſimile, lateribus M P, A C, M N, A E, homologis, cui inſidet ſolidum M N O P Q ponderitate & magnitudine dimidiæ columnæ A C H D E æquale ipſique ſimile, ac recta Q O æqualis D H horizonti ad perpendiculum normata inſiſtat. Ajo, quemadmodum ſolidum M N O P Q baſin M N O P premit ponderoſiùs verſus N O quam ad M P, quia iſtic corpus ipſum ſpiſſius graviuſque ſit; ita quoque aquam A B ponderoſiore validioreq; preſſu conniti contra E D quàm contra A C.

PRÆPARATIO. Dirimito latus A E in quatuor quadrantes, in R, S, T, unde parallelæ ſint R V, S X, T Y contra A C; ſint item V Z, X α, Y β parallelæ contra D H, ſecentque C H in γ, δ, ϵ, ut quælibet eductarum γ Z, $\delta\alpha$, $\epsilon\beta$ æquent rectam V γ; tum $\zeta\eta$ per γ parallela contra C D interſecet X α in θ & V β in ι, ſimiliter Z κ per δ educta ſecet Y β in λ, ad extremum eodem ordine ducantur parallelæ $\alpha\mu$ per ϵ, & β H per H.

DEMONSTRATIO.

Primùm fundo A C V R aliquod pondus incumbit, quia tunc ſolum onere vacaret ſi in aquæ ſuperficie ſumma conſiſteret; at infra eſt; non igitur ponderis preſſu vacat. Secundò minore quàm A C $\zeta\gamma$ V R, aquei corporis pondere afficitur, etenim per 10 propoſ. ſi horizonti æquidiſtaret iſtud pondus ſuſtineret, at nunc altiorem locum obtinet, minus igitur ſuſtinet. Conſimiliter fundo R V X S majus quoddam pondus incumbit quàm corporis A C $\zeta\gamma$ V R; etenim ſi fundum iſtud per R V horizonti æquidiſtaret iſtic per 10 propoſ. tantum corpus ſuſtineret: at nunc cùm loco ſit inferiore plus quoq; ſufferet, quam pondus corporis A C $\zeta\gamma$ V S hoc eſt ſibi æqualis R V $\gamma\theta$ X S. Et rurſum minus ipſi inſidet quam corpus A C $\zeta\theta$ X S, quia per 10 propoſ. opus eſſet fundum id, per S X ad horizontis parallelismum eductum eſſe; jam verò cum fundum R V X S ſublimius ſit, minus ponderis perpetitur quàm A C $\zeta\theta$ X S, hoc eſt, ipſi æquale R V Z δ X S. Eodem ratiocinio, adhibito 10 propoſ. & plano per X S horizonti parallelo, cõcludes fundo S X Y T plus ponderis inſidere quàm corporis A C $\zeta\theta$ X S, hoc eſt ipſi æqualis S X $\delta\lambda$ Y T; & minus tamen (propter eandem 10 prop. & planũ per T Y horizonti parallelũ) quam A C $\zeta\iota$ Y T hoc eſt quam ipſi æquale S X $\alpha\epsilon$ Y T. Denique eadem via, ſubſidio 10 propoſ. & plano per T Y horizonti parallelo, evinces fundo T Y D E inſidere pondus majus corpore A C $\zeta\iota$ Y T ſeu ipſi æquali T Y $\epsilon\mu$ D E: attamen (propter eandem 10 propoſ. & planum per E D horizonti parallelum) minus corpore A C $\zeta\eta$ D E hoc eſt ipſo T Y β H D E. Iam autem cum his demonſtrationibus effectum ſit fundo A C V R aliquod pondus inſidere neque vacare omnino, fundo R V X S plus corpore R V $\gamma\theta$ X S; item fundo S X Y T plus corpore S X $\delta\lambda$ Y T, ultimùm fundo T Y D E plus corpore T Y $\epsilon\mu$ D E, toti quoque fundo A C D E plus inſidet quàm pondus omnium iſtorum corporum, quæ addita cõſtituunt corpus R V $\gamma\theta\delta\lambda\epsilon\mu$ D E in dimidiam columnam inſcriptum. Et cum iiſdem demonſtrationibus cõcluſerimus fundo A C V R

minus,

minus insidere pondus quàm A C $\zeta\gamma$ V R, fundo R V X S minus quàm R V Z δ X S, item fundo S X Y T minus quàm S X $\alpha\varepsilon$ Y T, denique fundo T Y D E minus quàm T Y ε H D E, toti quoq; fundo A C D E minus insidebit pondere omniũ horũ, hoc est, corpore circumscripto A C $\zeta\gamma$ Z $\delta\alpha\varepsilon\varepsilon$ H D E. Atqui fundo A C D E, qui in diagrammate quadrãtibus distinguitur, sic in octo æqualia segmenta divio palam est corporum dimidiæ columnæ A C H E D hujus inscripti illius circumscripti ab ipsa differentiam dimidio minorem fore quàm nunc sit: quare hujusmodi fundi sectione infinita eò devenitur, ut differẽtia ponderis (si qua tamen hîc sit) fundo A C D E incumbẽtis à põdere dimidiæ columnæ A C D E quolibet minimo põdere adhuc minor sit. Vnde ita edissero.

Gravitas cujus à pondere fundo A C D E insidente differentia minor est quolibet pondere dato, æquatur ponderi fundo A C D E insidenti.

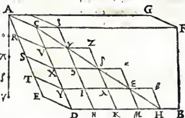
Sed pondus dimidiæ columnæ A C H D E est gravitas minus differens à pondere fundo A C D E insidente quàm quodlibet datum.

Itaque pondus dimidiæ columnæ A C H D E æquatur ponderi in base A C D E.

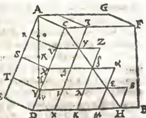
2 *Exemplum.*

DATVM. Exponatur secundo A B vas plenum aquæ, fundumque A C D E quadrangulum ad horizontem in angulo obliquo inclinatum, ejusque supremum latus A C consistat in A C F G aquæ superficie summa. Iam aqua ipsiusque fundum dividatur consimiliter antecedenti 1 exemplo, & A ν perpendicularis sit à summo fundi latere in planum, per infimum latus E D ad horizontis parallelismum eductum, demissa. QVAESITVM. Pondus aquæ fundo A C D E subnixum dimidiæ columnæ cujus basis A C D E, altitudo A ν, æquari demonstrato. PRAEPARATIO. Perpendicularis A ν à tribus punctis o, π, ρ in quatuor æquas partes dissecator.

DEMONSTRATIO.



Fundo A C V R, cum nõ sit in aquę summitate, insidet aliquod pondus, minus tamen quàm columna aquea basis A C V R, altitudinis A o, nam si per R V planũ horizonti æquidistanter duceretur per 10 propos. id hoc ponderis sustineret, nunc verò cum sublimiori sit loco minus suffert quàm columnam ista basi & altitudine, hoc est, A C $\zeta\gamma$ V R. Simili deductione ut in primo exemplo cætera prosequeris; unde tandem concludes fundo A C D E insidere corpus æquale ipsi A C H D E, hoc est, columnæ basis A C D E, altitudinis A ν (nam A ν æqualis est perpendiculari ab H in planum A C D E) tandem inquam concludes fundo A C D E insidere aqueam molem magnitudine æqualem columnæ cujus basis A C D E, altitudo A ν.

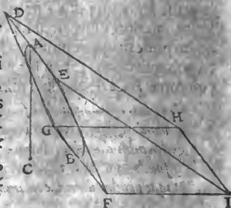


 3 *Exem-*

3 *Exemplum.*

DATVM. Fundum regulare A B ellipsis esto, cujus supremum punctum A sit in aquæ superficie summa, B in ima, A C perpendicularis à summo A in planum horizonti parallelum per imum B.

QVAESITVM. Pondus aquæ fundo A B incumbentis æquari dimidiæ columnæ, cujus basis A B, altitudo A C.



PRAEPARATIO. Circumscribito ellipsi A B parallelogrammum quadrangulum D E F G ut D E in aquæ summo tangat ejus summum A, & G F imum B; sitque F I perpendicularis in F G æqualis lateri F E, & horizonti parallela; jam reliqua latera G H, H I claudant parallelogrammum F G H I & connecto E I, D H.

Construito deinde alteram figuram non tantum forma similem, sed etiam magnitudine & ponderitate ipsi æqualem, cujus latus F I horizonti ad perpendiculum insistat, ut in subjecto diagrammate. sitque corpus hoc solidum subnixum fundo D E F G.

DEMONSTRATIO.

Quanto pressu solidum D E F G H I afficit suam hedram D E F G, tanto quoq; afficit aqua primæ figuræ suum fundum D E F G, quod paulò ante nobis demonstratum est, & consequenter quantâ pressione ellipsis A B secundæ formæ afficitur, tantâ quoque omninò inerit ellipsi A B primæ formæ: Atqui pressio quam ellipsis secunda perpetitur, est semissis columnæ (ut jam mox demonstraturi sumus) cujus basis ellipsis, altitudo æqualis rectę A C, nam perpendicularis à K in planum ellipsis A B demissa æqualis foret dictę A C; quare aquę in primam ellipsin A B impressio, æquatur dimidiæ columnæ cujus basis ipsa ellipsis sit, altitudo autem A C.

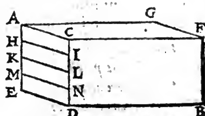
Pondus autem secundæ figuræ insidens ellipsi A B, æquari dimidiæ columnæ, cujus basis ista ipsa sit ellipsis, & altitudo æqualis A C, hoc pacto arguo. Ducito B K æqualem & parallelam rectæ F I, & ipsam ita circum ellipsin A B circumducito ut tamen perpetuò contra F I parallela sit, eâque conversione inter duas hedras oppositas figurabit columnam A B K L, quæ plano D E I H per duo puncta A, K simili situ atque transversim in parallelarum ellipsium ambitu sibi mutuo respondentia incidetur: sed quęlibet columna cujus basis est planum regulare, sectum plano per duo puncta in oppositis istis hedris transversim * ὁμοταγῆ ab ipso in duas æquas partes dirimitur: Quare segmentum columnæ hujus infra planum D E I H, est semissis columnæ A B K L in ellipsi A B tanquam base insidentis. Columnam autem A B K L æquari columnæ basis A B, altitudinis A C, hinc palam est quia ipsius altitudo altitudini A C æqualis sit. Pondus itaque subnixum ellipsi A B ęquatur dimidiæ columnæ cujus basis ellipsis A B, altitudo æqualis rectæ A C.

* *Similiter sita.*

4 *Exem-*

4 *Exemplum.*

Quamvis tribus diagrammatis γραμμικῶς theorematis hujus veritatem evicerimus atque ista via rationes & causæ plenius uberiusque patescant, ubertatem tamen istam arithmetico calculo 4 hoc exemplo fœcundiorem efficere placuit. DATUM. Vasis AB aqua pleni fundum ACDE quadratum horizonti perpendiculare esto, cujus supremum labrum AC pedalis longitudinis sit in summitate aquæ ACFG, sitque altitudo AE item pedalis; reliqua longitudo AB pro libitu exporrigatur.



QUAESITUM. Pondus aquæ fundo ACDE annixum dimidię aqueæ columnæ, basi isti fundo, altitudine perpendiculari AE æquali æquari demonstrator. At cum columna ista hîc cubus sit pedalis, demonstrandum erit fundo ACDE incumbere pondus cubici pedis dimidium.

PRAEPARATIO. Tres parallelę HI, KL, MN, contra AC æquali distantia rectam AE quadripartitò dividant.

DEMONSTRATIO.

Manifestum est fundo AI plus insidere quam o, nam si istiusmodi fundum horizonti esset parallelum nihil seu o ipsi insideret, at nunc cùm infra consistat plus nihilo seu o ipsi incumbit: Et tamen pondus illud citra $\frac{1}{16}$ pedis est, cum enim ad horizontem parallelum agitur per HI tantò urgetur pondere: quare cum in hâc thesi superiori loco consistat, minus sustinet quam pedis cubici $\frac{1}{16}$. simili ratione efficitur in fundo HL plus insidere quàm $\frac{1}{16}$, minusque $\frac{2}{16}$: item fundo KN plus $\frac{2}{16}$, minus autem $\frac{3}{16}$: denique fundo MD plus $\frac{3}{16}$, at minus $\frac{4}{16}$. Addita igitur quatuor pondera (si o huc annumeres) in singulis terminis priora & minora, hoc est, o, $\frac{1}{16}$. $\frac{2}{16}$. $\frac{3}{16}$, dant totum $\frac{6}{16}$: item quatuor posteriora & majora $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{4}{16}$ colligunt $\frac{10}{16}$. Quamobrem fundo ACDE insidet pondus quoddam majus quàm $\frac{6}{16}$ pedis, at minus quàm $\frac{10}{16}$, interque hos terminos pes dimidius medius consistit, quem fundo ACDE insidere demonstrare necessum est.

Cæterùm qua ratione tribus parallelis fundum quadrifariam dissecuimus, eadem omninò via in partes quotlibet optatas dirimetur. sit denarius segmentorum optatus numerus. Iam ob causas ante expositas, decem priora in collatione & minora pondera quæ singulis insident fundis, ut o, $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{6}{100}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{100}$, $\frac{9}{100}$, collecta efficiunt summam $\frac{45}{100}$: similiter posteriora & graviora ut $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{6}{100}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{100}$, $\frac{9}{100}$, $\frac{10}{100}$: dant summam $\frac{55}{100}$. quamobrem fundo ACDE plus insidet quàm $\frac{45}{100}$ & minus quàm $\frac{55}{100}$, qui termini utrimque à dimidio pede, propter quem demonstratio instituitur, absunt pari intervallo. Atqui quemadmodum hi proprius absunt à pede dimidio prioribus illis, nam $\frac{45}{100}$ differentia ab $\frac{1}{2}$ minor est quàm $\frac{6}{16}$; & $\frac{55}{100}$, minor item differentia quam $\frac{10}{16}$: ita in quo plura segmenta æqualia fundum ACDE partitus eris, continuò magis magisque ad ipsum dimidium pedem accedes.

Quibus ritè intellectis, fingamus (si fieri possit) fundo ACDE plus minusvé $\frac{1}{1000}$ pondere dimidii pedis insidere: veritatem igitur, fundo in 1000 partis lineis parallelis ut ante distributo, ratione viaque jam usitata inquiramus. Hîc propter antecedentes causas mille pondusculа priora mille particulis insidentia erunt o $\frac{1}{1000000}$, $\frac{2}{1000000}$, atque ita deinceps, ultimumq; $\frac{999}{1000000}$, horum omniũ summa (cujus

colligendæ compendium infra damus) erit $\frac{499500}{1000000}$: Similiter mille pondufcula graviora $\frac{1}{1000000}$, $\frac{2}{1000000}$, $\frac{3}{1000000}$, &c. quorum novissimum $\frac{1000}{1000000}$, in summam collecta efficiunt $\frac{500500}{1000000}$. Quamobrem fundo insidet pōdus majus quàm $\frac{499500}{1000000}$, minus autem quàm $\frac{500500}{1000000}$ unius pedis cubici, atqui $\frac{499500}{1000000}$ abest duntaxat $\frac{1}{2000}$ ab $\frac{1}{2}$, quare pondus quod insidet fundo A C D E deficit à dimidio pede defectu minore quam sit $\frac{1}{1000}$; sic $\frac{500500}{1000000}$ excedit $\frac{1}{2}$ pedis semissem $\frac{1}{2000}$, itaq; ipsi non insidet pondus $\frac{1}{1000}$ dimidium pedem excedens. Simile ratiocinium institues in cæteris, etiam positis quibuslibet quam minimis particulis. Quare evidens est differentiam (si quæ tamen esset) inter aquam fundo A C D E insidentem, & cubici aquei pedis dimidium, minorem esse qualibet quæ animo concipi aut cogitatione comprehendi possit. Vnde syllogismum instituo.

Pondere, quod ab aqua dimidio pede abest, aliud minore ab eo differentia distans exhiberi potest:

Sed pondere aqueo fundo A C D E insidente, nullum ab aqua pede dimidio minus differens exhiberi potest:

Itaque pondus aquæ insidens fundo A C D E, à dimidio aquæ pede nihil differt.

CONCLVSIO. Itaque fundi regularis, cujus summum punctum in aqua consistit, &c.

CAusa cur semissis iste inter duos numeros perpetuò magis vicinos, nunquam tamen concurrentes consistat, hujusmodi theoremate exprimitur.

Numeris quotcunque ab unitate deinceps continuatis, dimidius novissimi numeri quadratus cedat summæ omnium, eandemque novissimo numero multatam excedit.

SEd ut fidem exsolvam, & compendium in tanta numerorum multitudine addenda nunc explicem, ita habe. primùm partium istarum nomen unum esse & commune, quare hoc posthabito ipsarum numeris animū intendamus, si igitur ab unitate continuò progressu unitate mutuò se superant. Itaque ad factum à novissimo in sui semissem multiplicato, is ipse semissis additus dabit optatam summam. Exemplum hujusmodi esto; quæritur summa numerorum 1,2,3,4,5,6. Factus à novissimo 6 in suū semissem 3 ad eundem 3 additus dabit 21 optatam summam. Vel si novissimus sit impar, ut 1,2,3,4,5,6,7: 7 in suum semissem $3\frac{1}{2}$ ductus facit $24\frac{1}{2}$, qui cum semisse $3\frac{1}{2}$ compositus dat 28 optatū summæ totius numerum. At cum novissimus iste impar erit, quî partium numeratio declinetur, unitate ad novissimum addito eodemq; novissimo per hujus semissem multiplicato commodius absolves. ut si in eodem exemplo 1,2,3,4,5,6,7, quæratur summa; adde 1 ad 7 fit 8, cujus semissis 4 cum novissimo 7 multiplicatus dabit 28 ut priùs. atque ita in cæteris.

NOTATO.

Quia suprascriptus columnæ semissis, æquatur integræ item columnæ cujus basis sit fundum datum, altitudo autem semissis perpendicularis à summo fundi puncto, in planum per imum ejus punctum horizonti parallelum demissæ; 11 prop. hoc modo quoque enuntiari poterit.

Si fundi regularis supremum punctū sit in summa aquæ super-

superficie, pondus ipsi insidens æquatur columnæ aqueæ, cujus basis sit huic fundo æqualis, altitudo semissi perpendicularis à fundi summo in planum per imum ejus punctum horizonti æquidistanter eductum, demissæ.

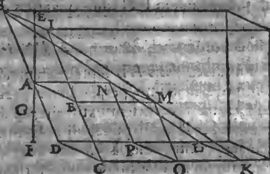
Qua formula postremam partem hujus 12 propositionis efferemus:

10 THEOREMA. 12 PROPOSITIO.

Si fundi regularis supremum punctum infra summam aquæ superficiem delitescat, pondus ipsi insidens æquatur columnæ aqueæ cujus basis huic fundo, altitudo perpendiculari ab aquæ summo in planum per summũ fundi punctum horizonti parallelum, demissæ, atque insuper semissi perpendicularis indidem in alterum planũ per imum fundi punctum, horizonti parallelum, continuatæ.

1 *Exemplum.*

DATUM. Fundum regulare ABCD primùm quadrangulum parallelogrammum latere summo AB infra aquam abditum horizonti parallelum sumitor, perpendicularis EA per summum A utrimque continuata illic aquæ summo, hic plano per DC horizonti parallelo occurrat in F, sitque AG ipsius inferioris continuationis semissis.



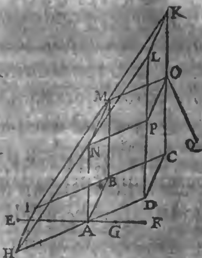
QUAESITUM. Pondus aqueæ molis nixæ fundo ABCD columnæ cujus basis dicto fundo, altitudo rectæ EG æqualis sit, æquari demõstrato. PRAEPARATIO. Latera DA, CB usque superam aquæ superficiem in H, I continuata connectantur recta HI; hinc CK, DL æquales lateri CI & horizonti parallelæ acta LK compleant parallelogrammum CDLK & jungantur rectę IK, HL; denique BM, AN lateri CO, item MO, NP ipsi BC æquales & parallelæ constituantur.

Tumque altera figura huic aqueæ similis, magnitudine autem & pondere æqualis deformetur CDHIKL, hac lege ut CK horizonti ad perpendiculum immineat. ut hic.

DEMONSTRATIO.

Eadem est corporis solidi CDHIKL secundi diagrammatis per 11 propos. in CDHI fundum impreſsio, quæ humidi primæ figuræ in fundum suum CDHI, & consequenter qualis pressus est in illius parte ABCD, talis in hujus parte ABCD quoque erit: sed impreſsio illius in ABCD est solidum ABCDLKMN æquale columnę cujus basis ABCD, altitudo GE: quare aquæ põdus insidens primæ figuræ fundo ABCD æquatur quoque columnę basis quidem ABCD, altitudinis verò GE. Corpus autẽ ABCDLKNM

æquari columnæ basis A B C D, altitudinis GE, patebit demissâ O Q perpendiculari in planum A B C D: nam prisma A B C D P O M N æquale est solido cujus basis A B C D altitudo O Q: sed quia rectæ A H, O C, itemque anguli H A E, C O Q sunt æquales, & A E plano per H, E, puncta trajecto perpendicularis, item O Q ei quod per C, Q, propterea A E & æquatur ipsi O Q: ideoque parallelepipedum A B C D P O M N, parallelepipedo in basin A B C D altitudine A E insistente erit æquale. At (quemadmodum jam 11 propos. demonstratum fuit) prisma M N P O K L æquatur parallelepipedo basis A B C D altitudinis A G. quare duo ista solida addita constituunt prisma A B C D L K N M æquale parallelepipedo dictæ basis A B C D, altitudinis autem G E.



ALTERA DEMONSTRATIO.

Si per A B agas planum horizonti parallelum ipsi A B C D simile & æquale, huic incumbet per 10 prop. pôdus aquæ æquale columnæ basis A B C D, altitudinis A E: atqui minimùm tantū pōderis insidet cuilibet fundo humiliori ipsiq; æquali: primùm igitur fundo A B C D incumbit columna basis dictæ A B C D, altitudinis A E. remota igitur aqua ista quæ superiori fundo insidet quodque ipsi A B C D formavimus æquale, erit A B in reliquę aquæ summitate, atque ideo per 11 prop. dicto fundo A B C D insidebit aquea columna basis A B C D altitudinis A B; quæ ad superiorem addita cōstituet columnam basis A B C D, altitudinis autem E G, quæ quantitas est ponderis fundo A B C D insidentis.

2 *Exemplum.*

Fundi regularis A B supremum punctum A in aquæ summo, B sit in imo, perpendicularis A C ab A sursum ad C aquæ superficiem extimam, & deorsum in D ad planum per B imum punctum horizonti parallelū continuata, continuationisque inferioris semissis esto A E. Ajo tantùm pondus fundo insidere, quantum est columnæ basis A B altitudinis C E. cujus demonstratio antecedenti similis est.



CONCLVSIO. Itaque si fundi regularis supremum punctum, &c.

NOTATO.

Hoc Theoremate, adhibita perpendiculari per summum fundi punctum educta, quantum esset pondus regulari plano insidens demonstravimus, sed fundo non regulari pondus hoc istiusmodi perpendiculari non invenitur. Certum est ipsi pondus insidere æquale aqueæ columnæ, cuius basis istud sit fundum, & altitudo perpendicularis à supremo eius fundi puncto ad aquæ sub qua delitescit summitatem educta, sed præterea jam reliquum illud pondus non æquatur alteri, columnæ cuius basis sit idem fundum altitudo dimidia perpendicularis ab altissimo fundi puncto in planum per infimum punctum horizonti

parallelum demissa. Cuius causa hæc est, quod columna basis irregularis, plano per puncta in oppositarum basium ambitu transversim ὁμολογῆ (ut in columnis basis regularis) necessariò bifariam non dividatur. Cæterùm ut generaliter pondus, etiam cuicunque irregulari fundo insidens cognoscatur, Problema huiusmodi exigimus.

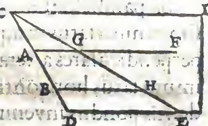
3 PROBLEMA. 13 PROPOSITIO.

Aqueam molem ponderi fundo plano, formæ contingentis insidenti æqualem invenire.

DATVM. A B fundum planum sub aqua regularenè an irregulare sit nihil interest. QVAESITVM. Corpus aqueum, quod ponderi fundo A B insidenti æquetur invenire.

CONSTRVCTIO.

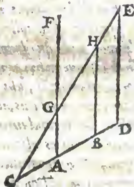
Plani A B infinitè continuati & supremæ aqueæ superficiei communis sectio esto C, hinc fundi planique alterius & horizonti & fundo perpendicularis communis sectio per C, sit C D, ipsique in plano per D horizonti parallelo agatur æqualis D E quæ hujus & plani per A B communi sectioni perpendicularis sit: deinde plano C D E excitetur perpendiculare planũ per C & E. Hinc infinita A F circumagatur æquidistanter contra D E per ambitum fundi A B, qua conversione deformatur corpus A G H B à duabus infinitorum planorũ partibus A B, G H & superficie motu lineæ descriptâ comprehensum. Iam ajo molem aquæ corpori A G H B æqualem, gravitate æquari ponderi fundo dato insidenti.



PRAEPARATIO. Alteram figuram priori similem, æqualem, & isti aquæ æquipondiam figurato, hac lege ut D E horizonti ad perpendiculum immineat.

DEMONSTRATIO.

Quale pondus incumbit secundo fundo A B tale insidet primo fundo A B, ut supra demonstratum fuit, sed secundo A B insidet pondus corporis A G H B: itaque etiam primo A B incumbit pondus æquale aqueæ moli A G H B. Quod invenisse & demonstrasse fuit propositum. CONCLVSIO. Quamobrem aqueam molem, ponderi fundo plano, formæ contingentis insidenti, æqualem invenimus. Quod postulabatur.



11 THEOREMA. 14 PROPOSITIO.

Si duo parallelogramma æqualis latitudinis ab aquæ summa superficie deorsum æquali altitudine abdantur, ipsorum longitudines presſibus proportionales erunt.

DATVM. In aqua A B C D duo parallelogramma E F, G H, æquali latitudine, & infra aquam altitudine, hoc est ut perpendiculares F I, H K sint æqua-

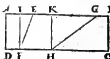
æquales, & summa latera E, G in superna aquæ superficie collocentur.

QVAESITVM. Longitudines EF, GH pressibus aquæ, quibus fundá EF, GH afficiuntur æquales esse.

DEMONSTRATIO.

Pondus aquæ fundo EF insidentis æquatur per 11 propos. aqueæ columnæ cujus altitudo IF, basis autem fundum EF. similiter pondus aquæ quod insidet fundo GH æquatur columnæ aqueæ altitudinis KH basis G,H fundo æqualis. * quare sunt ut bases: sed basis seu fundum EF est ad fundum GH, ut recta EF ad rectam GH, nam per hypothesin æqualem habent latitudinem: ex æquo itaque longitudo EF erit ad longitudinem GH ut illius columna, ad columnam hujus, & consequenter ut pondus aquæ illi insidentis, ad pondus huic insidentis. CONCLVSIO. Itaque si duo parallelogramma æqualis latitudinis ab aquæ superficie deorsum altitudine æquali recedunt, ipsorum longitudinum pressibus aquæ ipsi insidentis proportionales erunt. Quod demonstrandum fuit.

*11.p.11. l.E.



4 THEOREMA. 15 PROPOSITIO.

Si parallelogrammi ad horizontem inclinati, cujus supremum latus in aquæ superficie summa consistat, duæ perpendiculares altera in latus imum, altera in planum per imum latus horizonti parallelum notæ sint; aquæ ipsi insidentis pondus invenire.

NOTATO.

Parallelogrammum esse aut rectangulum aut obliquangulum, cumq; summo latere in aquæ superficie collocato ipsa ad horizontem inclinabuntur, id fiet in angulo recto, vel obliquo. unde quadruplex exemplorum ratio existit, cuius varietatis tam in hoc, quam duabus sequentibus propositionibus quatuor dabimus exempla. Primum rectanguli ad horizontem recti, ubi alterum laterum horizonti annuentium & perpendicularis duæ altera in imum latus, altera in planū per imum latus horizonti parallelum, una eademq; recta sunt. Secundum parallelogrammi obliquanguli itidem ad horizonti recti, ubi duæ perpendiculares altera à summo latere in imum, altera indidem in planum per imum latus horizonti parallelum, eadem sunt linea. Tertium parallelogrammi rectanguli ad horizontem obliquati ubi latus unum horizonti annuens & perpendicularis à latere summo in imum eadem sunt recta. Quartum denique parallelogrammi obliquanguli, ubi dicta tres lineæ inter se diversæ sunt.

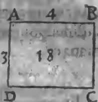
1 *Exemplum.*

DATVM. Rectanguli ABCD ad horizontem recti latus extimum AB in aquæ superficie 4 esto pedum, AD 3.

QVAESITVM. Aquæ insidentis fundo ABCD pondus invenire.

CON-

CONSTRVCTIO.



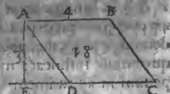
Latus A B 3 per A D multiplicatum efficit 12 quæ secundò per A D 3 multiplicata dabunt 36 cubicos pedes, ejus semissis 18 numerus optatus. Idem aliter. quadratum ab A B 3 in dimidium lateris A B 4 exhibet 18 pedes, ut supra. singulis autem pedibus æstimatis 65 ℔, efficitur pondus 1170 ℔ isti fundo innixum.

2 *Exemplum.*

DATVM. A B C D parallelogrammum obliquangulum, horizonti perpendiculare, cujus latus A B in aquæ superficie quatuor sit pedum, perpendicularis à summo latere A B in imum D C esto A E 3.

QVAESITVM. Aquæ fundo A B C D subnixæ pondus invenire.

CONSTRVCTIO.

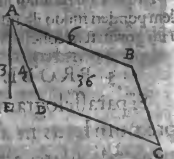


A E 3 multiplicata per A B 4 faciunt 12 quæ rursum in A E 3 multiplicata dabunt 36 pedes cubicos, ejus semissis 18 sunt quæsitus pedum cubicorum numerus. Vel, quadrato à 3 in semissem lateris A B 4 multiplicato, redit idem 18.

3 *Exemplum.*

DATVM. A B C D rectangulum ad horizontem obliquatum, ejus latus A B, in superficie aquæ 6 pedum, A D 4, A E perpendicularis ab A in planum per D C horizonti parallelum 3 esto pedum.

QVAESITVM. Aquæ fundo A B C D innixæ pondus invenire.



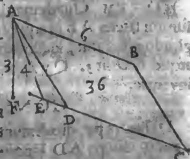
CONSTRVCTIO.

Quater sena sunt 24 hæc per 3 multiplicata faciunt 72, ejus semissis 36 optati cubici pedes. Vel sic. factus à ter quaternis in dimidium numeri 6 multiplicatus efficit 36 ut supra.

4 *Exemplum.*

DATVM. A B C D parallelogrammum obliquangulum ad horizontem obliquum, cujus latus A B in superficie aquę sit pedum 6, A E 4 perpendicularis in latus C D, A F 6 perpendicularis plano horizonti per C D parallelo.

QVAESITVM. Aquæ fundo A B C D incumbentis pondus invenire.



CONSTRVCTIO.

A E 4 in A B 6 faciunt 24, quæ multiplicata cum A F 3 efficiunt 72 cubicos pedes, semissis 36 quæsitus pedum numerus. Vel sic. factus à ter quaternis per senarii semissem dabit eosdem 36 pedes.

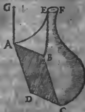
DEMON-

DEMONSTRATIO.

Columnæ basis pedum 12 altitudinis 3, soliditas est 36 pedum semissis 18. tale autem corpus insidet, per 11 propos. fundo A B C D primi exempli Itaque sustinet pondus 18 pedum. Cæterorum exemplorum demonstratio huic germana est.

1 CONSECTARIUM.

Ex quo perspicitur latere parallelogrammi etiam infra aquam abdito, quo ratiocinio pondus aqueum ipsi insidens concludi possit, nam additâ, ad pondus supra inventum, columnâ cujus basis sit istud fundum, & altitudo perpendicularis à supremo fundi latere in summam aquæ superficiem totum hoc erit optatum.



Exemplum tale esto. Quadranguli A B C D latus supremum A B infra aquæ summam superficiem E F consistat, perpêdicularis G A, ab A ad superficiem E F, pedum 3, area parallelogrammi A B C D 20. Iam quodsi A B in summa aquæ superficie statuatur, tum ipsi 40 cubicos aqueos pedes insidere tanquam per antecedentem doctrinam conclusum assumo; quæritur igitur quot nunc sustineat? multiplicato plano A B C D 20 pedum in altitudinem G A 3 fit columna 60 pedum, quæ composita cum 40 exhibet 100 pedes, quorum pondere A B C D fundum prematur.

2 CONSECTARIUM.

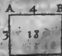
Atque cum fundum irregulare dabitur, invenito per 13 propos. aqueam molem ponderi fundo illi insidenti æqualem; ex cujus dimensione deinde quæsitam gravitatem concludas.

5 PROBLEMA. 16 PROPOSITIO.

Si parallelogrammi ad horizontem inclinati, cujus supremum latus in aquæ superficie summa consistat, duæ perpendiculares altera à summo in latus imum, altera indidem in planum per imum latus horizonti parallelum, cum pôdere quod ipsi insidet nota sint; summum ejusdem latus invenire.

1 Exemplum.

DATUM. Quadrangulo rectangulo A B C D ad horizontem recto, cujus summi lateris A B in aquæ superficie suprema consistentis longitudo ignoratur, incumbat moles aquea ponderis 18 pedum, atque A D sit 3. QUÆSITUM. Lateris A B longitudinem invenire.

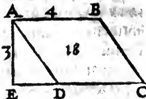


CONSTRUCTIO.

Divisis 18 per quadratum A D 3, redibunt 2, cujus duplum 4 pedes, lateris A D longitudinem definiunt.

2 Exem-

2 *Exemplum.*

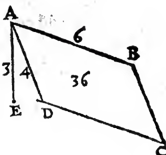


DATUM. Parallelogrammum obliquangulum ABCD horizonti perpendiculare, huic moles aquea ponderis 18 pedum incumbit, ejusque summi lateris AB in aquæ extima superficie longitudo ignoratur; atqui perpendicularis AE in basin imam DC datur 3 pedum. QVAESITVM. Invenire latus AB.

CONSTRVCTIO.

18 per quadratum AE 3 divisis, quotique 2 duplum erit 4 pro AB.

3 *Exemplum.*



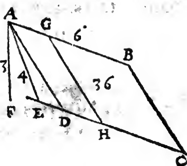
DATVM. Rectangulum parallelogrammum ABCD horizonti obliquum, cui insidet moles aquea pondere pedum 36, ejusque latus supremum in aquæ superficie summa longitudinis sit ignotæ sed latus AD 4, & perpendicularis AE à summo latere in planum per latus imum horizonti parallelum, 3 pedum dantur.

QVAESITVM. Invenire latus AB.

CONSTRVCTIO.

Planus ab AE 3 in AD 4 est 12, per quem divisis 36 quotoque 3 duplicato fit AB pedum 6.

4 *Exemplum.*



DATVM. ABCD parallelogrammum obliquangulum ad horizontem obliquatum, cui insidet moles aquea ponderis 36 pedum, ejusque supremum latus AB in aquæ summa superficie, longitudinis sit ignotæ; sed AE perpendicularis à summo latere in imum pedum 4, & altera indidem in planum per imum latus horizonti parallelum sit pedum 3.

QVAESITVM. Invenire latus AB.

CONSTRVCTIO.

Planus ab AF 3 in AE 4 est 12, qui dividens 36, dabit quotum 3, isque duplicatus facit AB 6 pedum.

DEMONSTRATIO.

Si in primo exemplo latus AB majus minusvé esset 4 pedibus, pondus item aqueum ipsi insidens majus minusvé esset pedibus 18, quod thesi repugnat. quare AB est pedum 4. Reliquorum exemplorum demonstratio huic est germana. CONCLVSIO. Itaque si parallelogrammi ad horizontem inclinati, &c.

1 CONSECTARIUM.

Ex quo perspicitur, quis modus inveniendi summi lateris erit quando ipsum infra aquam abscondetur: nam cum subduces à toto aqueæ molis pondere illi insidente columnam, cujus basis sit ipsum fundum, altitudo perpendicularis à summo latere ad supernam aquæ superficiem, reliquum hoc pondus tantum erit quasi summum istud latus in aquæ superficie consisteret, unde antecedentem factionem imitatus longitudinem ejus concludes.

Ad inventionem autem istius columnæ quam diximus subducendam, hac via insistes. Secato integrum illud datum pondus, integramvé columnam ratione ea, quam habet perpendicularis ab aquæ superficie summa in supremum fundi latus demissa, ad perpendicularem eandem auctam semisse perpendicularis indidem continuatæ usque in planum per imum latus horizonti parallelum. Quod lucem accipiet à 12 propos. 1 exemplo. nam si pars hæc subducenda istic quæreretur, sic concluderes. ut EG ad EA, sic datum pondus ad sui partem subducendam.

2 CONSECTARIUM.

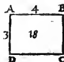
Et licet hinc invenire longitudinem supremi lateris, quando fundum linea alteri laterum ad horizontem annuentium parallela intersecabitur. Sit, dicis gratia, in diagrammate 4 exempli agenda GH parallela contra AD, ut in AGHD insideat pondus aqueum 12 pedum, jam quę ratio est ponderis 12 ad 36 ea est segmenti AG ad totum latus AB. quare AG erit 2 pedum.

6 PROBLEMA. 17 PROPOSITIO.

Si parallelogrammi ad horizontem inclinati, cujus supremum latus notum in supera aquæ superficie consistat, perpendicularis à summo in planum per latus imum horizonti parallelum, cum pondere ipsi insidente nota sint; reliquam perpendicularem à latere summo in imum demissam invenire.

1 *Exemplum.*

DATUM. ABCD rectangulum ad horizontem perpendiculare, cui pondus aqueum 18 pedum insideat, latusque AB in suprema aquæ superficie pedum 4.



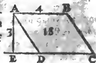
QUAESITUM. Invenire AD.

CONSTRUCTIO.

Divisis 18 per 2 semissem lateris AB quotus erit 9, cujus quadrati latus 3 pro AD.

2 *Exemplum.*

DATUM. ABCD parallelogrammum obliquãgulum horizonti perpendiculare, cui insistit moles aquea 18 pedum ejusque latus summum AB, quod in aquę summitate consistit, sit pedum 4.



QUAESITUM. Invenire rectam AE.

CON:

CONSTRVCTIO.

Divisis 18 per 2 semissem lateris A B, quotus erit 9 hujus quadrati latus 3 pro A E.

3 *Exemplum.*

DATVM. ABCD rectangulum horizonti obliquum, cui pondus aquæ 36 pedum insidet, ejusque supremum latus A B 6 pedum in aquæ summitate jaceat, unde perpendicularis A E in planum per imum latus horizonti parallelum sit pedum 3.

QVÆSITVM. Invenire A D.

CONSTRVCTIO.

Divisis 36 per 3 semissem lateris A B, quotus est 12, qui per A E 3 divisus exhibet A D 4 pedum.

4 *Exemplum.*

DATVM. ABCD parallelogrammum obliquangulum ad horizontem obliquatum, sustineat pondus molis aqueæ 36 pedum, latusque summum A B in aquæ summitate constitutum sit pedum 6, unde A E perpendicularis in latus imum, at A F perpendicularis in planum per imum latus horizonti parallelum sit pedum 3.

QVAESITVM. Invenire lineam A E.

CONSTRVCTIO.

Divisis 36 per 3 semissem senarii lateris A B, quotoque deinceps per A F 3, exibit tandem A E 4 pedum.

DEMONSTRATIO.

Si A D primi exempli 3 pedibus cederet excederetve, pondus quoque fundo isti innixum 18 pedibus aut cederet aut præstaret, quod contra thesin dixisse absurdum fuerit. quare A D erit pedum 3. Ratio & demonstratio reliquorum huic simillimè instituetur. Itaque si parallelogrammi ad horizontem inclinati, &c.

1 CONSECTARIUM.

Ex quo perspicitur, quæ ratio sit factionis ubi summum latus sub aqua delitescit. etenim cum de toto aquæ pondere fundo insidentis deducetur columna, cujus basis sit ipsum fundum, altitudo autem perpẽdicularis à summitate aquæ in fundi supremum latus. relinquetur pondus illud quod insideret si summum latus in aquæ superficere consisteret. unde secundum demonstrata dicta perpendicularis concludetur.

2 CONSECTARIUM.

Et licet hinc, cùm recta supremo lateri parallela desecabit fundi partem datus sustinens pondus, invenire longitudinem perpendicularis à summo latere in parallelam dictam demissæ. Vt si in 4 exempli paradigmate G H parallela contra A B

tra A B intersecet A D in I, & segmento A B H I incumbat pondus aquæ 24 pedum cubicorum. divisis 24 per 3, quæ semissis est lateris A B, quotus erit 8: tumque invenito duos numeros in ratione A F 3 ad A E 4 quorum planus sit dictus octonarius; numerique isti erunt $\sqrt{6}$ & $\sqrt{10\frac{2}{3}}$, posterior hic definiet quantitatem A G: namque G H parallela ex G contra A B auferet planum A B H I cui per 15 propos. moles aquea 24 pedum innitetur.

NOTATO.

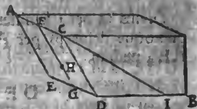
Tribus deinceps continuis propositionibus, ex sententia Breviarii, agendum nobis de centris gravitatis pressuum in fundis collectorum. Ubi jure funda horizonti parallela primum sibi locum deposcerent, sed quia ipsorum gravitatis centra (quæ ex secundi libri doctrina patescunt) à centris pressuum diversa non sint, brevitatis studio novum nullam de iis theorema instituimus. Quare initio ducto à fundis inclinatis, ita ordimur.

12 THEOREMA. 18 PROPOSITIO.

Si parallelogrammi ad horizontem inclinati recta supremum ejus latus, in summa aquæ superficie consistens, & imum sibi oppositum bisecet, hæc à pressus gravitatis centro ita tribuitur ut pars summa reliquæ sit dupla.

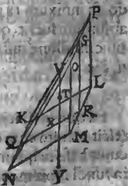
1 *Exemplum.*

DATUM. Exponatur aqua A B, fundumque A C D E figura parallelogramma ad horizontem annuens, cujus superũ latus A C sit in aquæ superficie summa, tumq; superum inferumque latus A C, E D, bisecentur in F & G, quæ jungat F G in puncto H ita divisa ut segmentum F H reliqui H G sit duplum.



QUÆSITUM. H pressus quo fundum afficitur gravitatis esse centrum demonstrator.

PRÆPARATIO. Acta C I subtendat angulum C D I æquicrurum, ut prisma A C I D E sit dimidia columna, cujus basis A C D E, altitudo perpendicularis ab A usque ad planum per E D horizonti parallelum.



Figurato item alterum corpus K L M N O P simile priori A C I D E, planumque K L M N plano A C D E, & M O horizonti perpendicularis lateri D I homologa sunto, itemque Q R ipsi F G: hinc ab S medio lateris O P agantur S Q, S R, atque trianguli Q S R gravitatis centrum T, unde V X horizonti perpendicularis sit.

DEMONSTRATIO.

Iam per 11 propos. quanto pressu corpus K L M N O P afficit fundum K L M N, tanto afficit aqua A B fundum A C D E, quare pressuum gravitatis centra in fundis K L M N, A C D E simili erunt situ. Cæterum T quod ex

fabrica

fabrica centrum est trianguli Q S R, idem quoque per 15 propos.lib.2. Elem. Static. gravitatis centrum est corporis K L M N O P, quare V X, cum per centrum T horizonti ad perpendiculum immineat, erit ejus pendula gravitas diameter, quâ deorsum continuatâ in Y, corpus K L M N O P in puncto X rectæ X Y innixum (quod mathematicè intelligatur) datum servabit situm. ideoque X est dicti corporis in fundo K L M N pressionis gravitatis centrum; cumque V X educta per centrum T horizonti perpendicularis sit, etiam parallela erit contra S R, ideoque per 5 propos.2.lib.Ele.Static.secat rectam Q R ratione dupla, ut Q X dupla sit reliquæ X R. Atqui, ut supra jam expositum est, centra gravitatis in fundis A C D E, K L M N simili situ respondent. Itaq; F G secabitur ratione dupla scilicet in H, atque istic erit gravitatis centrum aqueæ pressionis collectæ in fundo A C D E.

2 *Exemplum*.

Propter causas 4 exemplo 11 propos. expositas, linearem hanc demonstrationem arithmetico calculò comprobabimus, hoc modo.

Fundum A B C D secetur recta E F bisecante opposita latera A B, C D; hinc fundum in aliquot æquas partes (quas mensuras appellabimus) lineis parallelis distribuatur, primumque bipartitò rectâ G H, quæ secet E F in I, inque eâdem statuitor punctum K ut E K reliquæ K F sit dupla. atque id centrum esse pressionis demonstrandum esto, hoc qui sequitur modo. Si in A B H G una libra aquæ insideat, in reliquo G H C D 3 insidebunt: quæ cum ita sint, fingo primùm pressus gravitatis centrum A B H G consistere in I, ipsiusque G H C D in F (quamvis certum sit centra sublimiora esse) tum igitur I K jugum foret, qui in suos radios rationis triplæ divisus in puncto L, fiet F L $\frac{3}{4}$ mensuræ, hoc est rectæ I F. Secundò fingo gravitatis centrum pressionis A B H G esse in E, ipsiusq; G H C D in I (quamvis centra manifestò infrà consistant) itaque commune ipsorum gravitatis centrum supra I cadet in M. Quare verum ipsorum centrum necessario inter M & L interjacet. sed quâ viâ fundum hic bipartitò divisimus, ita in segmenta infinita ipsum poterit distingui, inter quæ verum gravitatis centrum perpetuò consistat. Simili inquam sectione continuata infinitò propiùs acceditur, & cum experientia ipsa clamet, L punctū nunquam congruere cum K, sed aliquantillum infra subsistere, itemq; altrinsecus punctum M nunquam ad K descendere sed supra consistere, concludemus K verum esse centrum. Verumenimverò quia ista omnium fundorum communis centri investigatio tædii molestiæque plena est, aliam compendiariam descripsimus. Formato ab unitate arithmeticam binarii intervallo progressionem continuam 1, 3, 5, 7, 9, &c. nam per 15 propos. segmentorum fundi A B C D æqualium pressiones in istiusmodi sunt progressu, deinde $\frac{3}{4}$ (quæ quantitas est segmenti F L ante inventa) subjiciatur 3 ut hic vides.

$$\begin{matrix} & \frac{3}{4} & & & & \\ 1. & 3. & 5. & 7. & 9. & 11. \end{matrix}$$

Tum ad 4 nomen $\frac{3}{4}$ addito tertium ordinis numerum 5, totusque inscribatur tertio loco, ipsique pro numeratore superscribatur 5, qui totus est compositus ex $\frac{3}{4}$ nomine ad numeratorem suum addito. ut hic:

$$\begin{matrix} & \frac{3}{4} & \frac{5}{9} & & & \\ 1. & 3. & 5. & 7. & 9. & 11. \end{matrix}$$

Similiter in cæteris, nam ad numerum qui ipsi 7 inscribatur inveniendum, addes nomen 9 ad 7, totus 16 est nomen novum, cui superscribes 14 à 9 & 5 (qui sunt numerus nomenque $\frac{5}{9}$) compositum. atque ita $\frac{14}{16}$ erit numerus debitus ipsi 7, ut infra vides:

	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{14}{16}$		
1.	3.	5.	7.	9.	11.

Qua ratione in cæteris continuata, numeros ipsis 9 & 11 inscribendos inveneris. quales hic vides:

	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{14}{16}$	$\frac{30}{25}$	$\frac{55}{36}$.
1.	3.	5.	7.	9.	11.

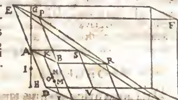
Quibus intellectis, si quæratur quo punctum L ascendat fundo in quinque æquas partes distributo. Sumito numerum quinto loco, hoc est ipsi 9 inscriptum is erit $\frac{30}{25}$ seu in minimis terminis $\frac{6}{5}$, hic indicabit L F talis fundi quinque-partiti fore $\frac{6}{5}$ mensuræ cognominis partibus, in quas fundum tributū erit. Sed eam minorem esse quam $\frac{1}{3}$ E F, punctumque ejus summū L hærere infra K demōstrabitur hoc modo. $\frac{6}{5}$ partis unius in quas fundū secatur hoc est $\frac{6}{5}$; sunt totius EF $\frac{6}{25}$ quas $\frac{1}{3}$ excedit $\frac{7}{75}$ ejusdem. tantoque intervallo tunc L punctum in citra K consistet. porro ut in eadem sectione locum ipsius M invenias, addito integram mensuram ad sui $\frac{6}{5}$ summa erit $\frac{11}{5}$, quæ sunt $\frac{11}{25}$ totius E F & majores quam $\frac{1}{3}$ ejusdem, nam de $\frac{11}{25}$ deducta $\frac{1}{3}$ relinquitur $\frac{8}{75}$, tantumque M punctum supra K consistet, punctumque hoc supernate M cadet ab K $\frac{1}{75}$ distantius quam infernate L. atque ita in cæteris omnibus. ut cum A B C D secabitur in partes 40, F L deprehendetur $\frac{[illegible]}{1000}$ unius mensuræ hoc est unius quadragesimæ ipsius E F. Quo ratiocinio infinitè continuato punctorum L, M accessio ad K infinitè quoque vicinior invenietur, quæ tamen nunquam eo pertinget. cujus necessitas superiore exemplo γραμμικῶς demonstrata est. Causam compendii hujus nostri, is facilè animadvertet, qui modum 2 propos. 1 lib. Elem. Static. factione prolixa persequetur. CONCLUSIO. Itaque si parallelogrammi ad horizontem inclinati, &c.

13 THEOREMA. 19 PROPOSITIO.

Si parallelogrammi ad horizontem inclinati summum latus horizonti parallelum intra aquam abditum recta & ipsum & latus oppositū bisecet; pressus gravitatis centrum in isto fundo collecti partem dictæ rectæ inter sui semissem & trientem inferiorem interjectam ita secat, ut pars trienti inferiori vicina ad reliquam sit, quemadmodum perpendicularis à supero fundi latere usque ad aquæ superficiem summam, ad semissem perpendicularis indidem demissæ in planum per imum latus horizonti parallelum.

DATUM. Fundum A B C D ad horizontem inclinatum, ejusque superum latus A B intra aquam E F delitescens horizonti parallela est, unde G A perpendicularis est in superam aquæ superficiem, eademque continuata deorsum in superficiem per D C horizonti parallelam sit A H, semissis A I, hinc K L bi-

K L bisecet latera A B, D C, cujus triens inferior L M, atque L N semissis, seu quod idem est N sit centrum fundi parallelogrammi A B C D: Denique intervallum M N ita secetur in O, ut M O ad O N sit quemadmodum G A ad H I. QVAESITVM. Gravitatis centrum pressus aquæ in fundo A B C D in O consistere demonstrator. PRAEPARATIO. C B, D A usque ad aquæ superficiem in P & E, continuantor; sitque C Q horizonti parallela lateri C D perpendicularis ipsiq; adeò C P æqualis; denique B R, A S, lateri C T, item R T, S V ipsi B C æquales constituantur & parallelæ.



Hanc alteram figuram antecedenti E P C D Q æqualem, similem, & æquipondiam deformato, cujus latus C D horizonti ad perpendiculū immineat sitq; X centrū gravitatis columnæ A B C D R S V T, atque Y centrum gravitatis prismatis R S V T Q; denique jungito X N, Y M.

DEMONSTRATIO.

Cum in secundo hoc diagrammate X gravitatis centrum sit parallelepipedi A B C D R S V T, & N basis A B C D, itemque C T horizonti perpendicularis, etiam X N horizonti perpendicularis ejusq; gravitatis pendula diameter erit. ideoq; N est columnæ istius pressionis centrum, quod autem M sit pressus corporis S R T V Q gravitatis centrum è 18 propos. perspicitur, quamobrem M N erit ipsorum jugum, istud autem in O ita est sectum ut ratio segmentorum O M, O N eadem sit quæ A G ad A I, sed ita quoque est parallelepipedum A B C D R S V T ad prisma S R T V Q: itaq; æqueordinatè ut A B C D R S V T ad S R T V Q sic O M ad O N. quare per 1 propos. 1 lib. Elem. Static. O centrum erit pressionis hujus secundæ figuræ. Et cum, propter causas jam sæpe dictas, primæ secundæq; figuræ centra simili situ congruant, O quoque in prima figura gravitatis erit centrum.

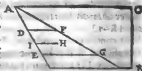
CONCLVSIO. Itaque si parallelogrammi ad horizontem inclinati, &c.

7 PROBLEMA. 20 PROPOSITIO.

Dati fundi plani rectilinei, pressus gravitatis centrum invenire.

DATVM. **Aquæ A B superficies superna A C, datumque fundum rectilineum D E. QVAESITVM. Pressus gravitatis centrum in fundo istoc collecti invenire.**

CONSTRVCTIO.



Primùm corpus aqueum pressu fundo D E insidenti æquepondium per 13 propos. inveniatur, idque esto D E F G, cujus gravitatis centrum per 21 propos. 1 lib. Static. inventum sit H, unde H I parallela agatur contra G E, ejus in fundo D E terminus I optatū erit pressus gravitatis centrum; cujus demonstratio antecedentium 18 & 19 propos. similis erit.

CONCLVSIO. Itaque dati fundi plani rectilinei, &c.

8 PROBLEMA. 21 PROPOSITIO.

Data aqua magnitudinis ignotæ, gravitatis verò notæ; magnitudinem ex sua propriaque ponderitate invenire.

NOTA.

Quamvis magnitudinis inventio Geometrica ratione inveniri & explicari possit, quia tamen Statica factio expeditior certiórque fit, & in corporibus, præsertim inordinatis propius verum collimet, eam hic exponere statui.

DATVM. Aquæ A magnitudo ignoretur, gravitas autem nota esto, hoc est per 1 defin. hujus cujus nota magnitudo cognita ponderitate exprimitur. Itaque pedem cubicum 65 ℔ pondere taxabo.

QVÆSITVM. Magnitudinem A ex sua ponderitate concludere.

CONSTRVCTIO.

Ponderato aquam A, sitque 5 ℔, quæ per 65 ℔ divisæ efficiunt $\frac{1}{13}$ pedis cubici pro quæsita magnitudine corporis A.

DEMONSTRATIO.



Cum enim A sit 5 ℔, pes autem aquæ ejusdem 65 ℔ pendeat, ipsaque per 2 postul. ponderitatis sit homogeneæ, ratio ponderitatis suæ ad 65 ℔ eadem erit, quæ magnitudinis ad pedem cubicum; atqui 5 ℔ & 65 ℔ est subtredecupla, itaque etiam magnitudine æquatur $\frac{1}{13}$ pedis. quod demonstrasse oportebat.

CONCLVSIO. Quare ex aquæ gravitate nota, licet ignota magnitudine; ipsam magnitudinem eruimus.

9 PROBLEMA. 22 PROPOSITIO.

Datis duorum corporum magnitudinis & materiæ gravitatis rationibus inter se, cum pondere alterius, reliqui quoque pondus invenire.

DATVM. Exponantur corpora AB & C, sitque AB ad C ut 3 ad 1, materiæ autem gravitas ut 1 ad 2, atque AB librarum 6.

QVÆSITVM. Corporis C pondus invenire.

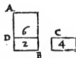
CON-

CONSTRVCTIO.

Designato D B æquale ipsi C, cum igitur D B triens sit totius A B 6 ℔, ipsum D B erit 2 ℔: sed gravitas materiæ D B ad C, ut 1 ad 2; quare C pendet 4 ℔.

DEMONSTRATIO.

Etenim si C majoris esset ponderis quam 4 ℔, gravitas ejus ad C quæ est 2 ℔ (nam C sive D B æquantur tertiæ parti A B) erit majore ratione quam dupla; quod tamen thesi repugnat. quare C non est majus est 4 ℔. Sed neque minus esse eadem ratione concludes. Itaque ipsis 4 ℔ æquale. CONCLUSIO. Datis itaque duorum corporum magnitudinis & soliditatis rationibus, cum pondere alterius; reliqui corporis pondus, ut petebatur, invenimus.



CONSECTARIUM.

Ex his liquet,

Magnitudinis ratione sublatâ à ratione ponderis, relinqui materiæ gravitatis rationem.

Et, Materiæ gravitatis ratione sublatâ à ratione ponderis, relinqui magnitudinis rationem.

Et, Materiæ gravitatis ratione addita ad rationem magnitudinis hinc ponderis rationem existere.

EX quibus perspicitur, datis quinque harum rationum terminis sextum constanti ratione inveniri. In exemplo A 6 ℔ esto, magnitudine 5 pedũ; pondusque alterius corporis B ignoretur, ast magnitudine esto 2 pedũ, ponderitatis autem materiæ A ad B ratio, ut 4 ad 7. Iam ad inventionem ignorati ponderis B, addes *rationem* materiæ ponderitatis, nempe $\frac{4}{7}$ ad *rationem* magnitudinis $\frac{5}{2}$ unde oritur *ratio* ponderis $\frac{10}{7}$, pondus igitur A ad B est ut 10 ad 7. Itaque quia A pendet 6 ℔, concludes ut 10 ad 7 sic 6 ℔ ad pondus B $4\frac{1}{5}$ ℔.



SEcundò ignoretur magnitudo B, cujus inventio è cæteris quinque terminis investiganda. Deducito materiæ ponderitatis rationem $\frac{4}{7}$, de ponderis *ratione* $\frac{10}{7}$, relinquetur magnitudinis *ratio* $\frac{5}{2}$. Itaque magnitudo A est ad B ut 5 ad 2, atqui A est 5 pedum, unde concludes etiam B 2 esse pedum.

DEnique ignoretur materiæ gravitatis ratio, quę è cognitis reliquis duabus rationibus sit eruenda. Subducito magnitudinis *rationem* $\frac{5}{2}$ de ratione ponderis $\frac{10}{7}$, reliqua erit materiæ gravitatis ratio 4 ad 7.

Quamvis propositio ista & antecedens omni materiæ homogeneæ generalis sint, maximus tamen usus circa aquea Zetemata versari videtur. Atque ita quarti libri

FINIS ESTO.

LIBER QVINTVS
STATICAE
DE
INITIIS PRAXIS
HYDROSTATICES.

AD LECTOREM.



XPLICATIS *Hydroſtatices Elementis, Praxis ejus hunc ſibi depoſcit locum, vel ſaltem illa quæ ſuper hâc nobis ſunt cognita; quæ tamen nondum ſcripto viſum fuit publicare, aſt pragmatice ſolùm exercere: tribus his propoſitionibus exceptis, quas modò in lucem damus, cumq́; ex antecedentibus tanquam conſectaria quædam deducantur Hydroſtatices praxis nomine judicamus indignas, ſed quia ipſi aſsident iſtac parte opus hoc non perfectum, ſed tenui orſu affectum exhibemus, quem amice Lector æqui boniq́; conſulas, cætera ſuo tempore cum fœnere recepturus.*

QVomodo navis rerumque quas vehit, aut cujuslibet solidi aquæ innatantis pondus, è data parte demersa inveniri & concludi queat, jam supra 6 propositione apertè satis edisserui; his igitur omissis paucula quædam 7 propositioni cognata & ab ea dependentia etiam hic proponemus.

1 PROPOSITIO.

Invenire quantò idem corpus materiæ levioris quàm aqua, in hac altiùs demergatur, quàm in illa.

Verbi gratia, Quæritur quantò altiùs navis Lugodini Batavorum in Rheno flumine immergatur quam in mari propè * Cattorum vicum haud lõgè istinc. *Catwijck.
Primum aquæ utriusque, Rhenanæ scilicet & marinæ, materiæ gravitatem inquirito, ea erit ut 42 ad 43, ita enim mense Sextili experientia approbante edoctus sum. Sumptis enim duobus corporibus parili magnitudine, Rhenanum pendebat scruptula 4260, marinum autem 4362, quorum ratio in minoribus terminis, ut 42 ad 43 satis vicina est.

Vnde concludes partem in Rheno demersam, ad eam quæ in mari juxta Catto-vicum mergeretur esse, ut 43 ad 42, hinc Geometra pro datæ navis formâ rationem altitudinis hujus ad illam judicabit. Cujus conclusionis necessitas è 7 propos. hydrostat. perspicitur.

2 PROPOSITIO.

Exemplis pragmaticis 10 propositionis Hydrostatices veritatem comprobare.

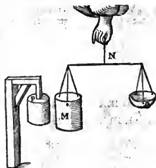
Quinto consectario 10 propos. Hydrostat. mathematicè demonstratum nobis est, fundum aquæ characteribus E F istic insignitum, aqua copiosiore, pauciore que in eadem altitudine perinde affici. Quia tamen non nemo hoc à vero alienum & naturæ contrarium suspicari posset, Mathematicam illam demonstrationem quinque exemplis, cujus experientia cuilibet in procinctu sit, deinceps sumus illustraturi.

1 *Exemplum.*

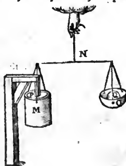
Fundum A B fundo C D similis esto & æqualis, itemque altitudo E F altitudini G H; sed pars I E insistens subjectæ aquæ K L B A minor sit, quam pars ipsius G C D sibi respondens, pendatque aqua E A B 1 ℔, G C D 10 ℔, sitque G C D cylindrus, is igitur ipsius E A B erit decuplus, hujus tamen in fundum A B impressum esse tantum asserimus, quantus sittotius G C D in fundum C D. Quod reapse pragmatica machinatione ita demonstratur.



MNO libra esto, cujus lances M,O; atque M quidem figuræ cylindraceæ æqualis exposito G C D ideoque 10 librarum aquæ capax; tum P solidum simile lanci M & minus, scapo affigatur ut hic vides.



Inseratur igitur solidum P in lancem M, ut in secunda figura, lancique O imponatur pondus Q 10 ℔; jam fundum M tam validè impinget in corpus P quàm à 10 ℔ impelletur. sit autē corpus P decima parte minus quam M, ut vacuus inter utrumque locus 1 ℔ aquæ expleatur, hoc esta aquea mole æquante corpus E A B. Itaque 1 ℔ aquæ in lancem infusa hanc deprimet, reliquamque attollet, id ipsum testante experientia, & 10 propositionis demonstratione approbante. Quare 1 ℔ aquæ in lance M istic tantæ erit potentiæ, quàm 10 ℔ plumbi ferrivè aut alterius materiæ solidæ eidem lanci M affixæ. Atque eadem ratione 1 ℔ aquæ, hujusmodi partium dispositione majoris erit efficaciæ, quam millæ libræ materiæ alterius. Quæ cum ita sint, aqua quæ inter utriusque fundum, corporis P lancisque M intercessit, fundum M nunc tam validè pressat ac prius fundum corporis P, hoc est, ac 10 ℔; cùm pondus Q 10 ℔ in reliqua lance O immissum sit.



Itemque contra aqua tanta vehementia premit fundum lancis M, quanta est efficientia 10 ℔ Q. ponamus autem aquam in fundo M æquari ipsi K L B A, reliquam autem ipsi P circumfusam, reliquæ I E. Quare aqua E A B tam potenter pressat fundum A B, quàm hæc aqua fundum M, ideoque E A B premit suum fundum A B æquivalenter 10 ℔, sed tantus est item pressus aquæ G C D contra fundum C D. Quamobrem, quod pragmaticè confirmare statueramus, aqua E A B pondere 1 ℔ suum fundum A B æquè validè premit, atque G C D 10 ℔ fundum C D. Pari ratione evinces, vel 1 ℔ pressare potentiùs mille libris.

2 *Exemplum.*

Tubulus esto A B C D, & C D E F vas amplum ac spissum, utraque aquæ plena, superficiebus in eadem mundana superficie consistentibus, insidentia communi fundo C D. hic fundum C D ab amplo vase C D E F non validius premi quam à tubulo A B C D, patebit ipso ablato, ut aqua aquam tangat; nam si ante aqua C D E F fundum D C pressit validiùs quàm A B C D, idem quoque nunc fiet, & potentior debiliorem loco pellet, quare aquam A B C D ascendere, & C D E F descendere necesse fuerit: atque ita ipsarum supernæ superficies inæquali altitudine supra horizontem extarent, quod

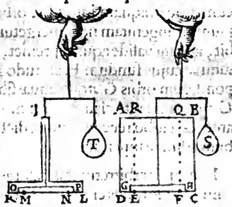


pexe-

experientiæ manifestè repugnat. Quamobrem minor aquæ copia A B C D, premit fundum C D æquivalenter majori C D E F.

3 *Exemplum.*

Vas A B C D aquæ plenum, cujus fundum D C horizonti parallelum rotundo foramine pertundatur, quod ligneus tegat orbis G H materie quàm aqua levior. Exponatur deinde vas alterum I K L superiori quidem æquealtum, sed minus & aquæ item plenum, cujus fundũ ad M N perforatum æqualiter antecedenti E F, & orbe quoque O P ipsi G H æquali obtegatur. Quibus positis, orbis G H contra communem ligni naturam vimque ingenitam ex aqua non emerget, sed foramini E F incumbens tam valenter premet quàm columna aquea E F Q R multata differentiâ ponderũ lignei orbis G H & aquæ ipsi æqualis. Et quî experimento hoc cognoscas, orbi G H libram affigito, cujus pondus S ponderi dicto æquale sit, eritque orbis G H ipsi æquilibris. Similiter firmato ad orbem O P libram, cujus pondus T superiori S æqueponderet, orbisque hic O P ponderi T manebit æquilibris. auctis autem ponderibus S, T, orbes G H, O P attollentur, atque adeò hâc viâ deprehẽdes orbes istos in funda subjecta æqualem impresſionem facere; unde propositi veritas perspicitur videlicet minorem aquæ molem I K L tam validè quàm majorem A B C D premere fundum sibi subjectum.



NOTATO.

Si differentia ponderis orbis G H à pondere aquæ sibi æqualis, excederet columnam aqueam E F Q R, orbem G H istic non hæsurum sed à foramine sursum emersurum.

Præterea si discus G H esset è plumbo, ferrove, aut alia materiâ graviore quam aqua formatus, ejus in subjectum foramen impresſionem fore tantam, quanta sit columnæ aqueę E F Q R auctæ differentia ponderis, quę inter H orbem dictum & aquæ molem sibi æqualem intercedit.

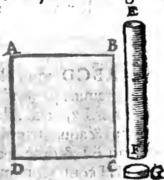
Denique si G H materiâ esset aquæ æquilibri, impresſionem ejus in foramen E F, columnæ aqueæ E F Q R, æqualem fore.

4 *Exemplum.*

Esto A B C D vas aquę plenum, cujus fundum C D pertusum sit spatio E F atque ipsi incumbat orbis discusve materię levioris quam aqua, is tantam impresſionem faciet in foramen E F quantam supra ostendimus: exponatur item tubulus I K L cujus summum foramen I eâdem sit altitudine cum A B, imum esto E F. Canaliculus hic aqua oppletus tam validè parte inferna presſabit orbem G H quam universa aqua A B C D ipsi insidẽns parte opposita, quia orbis G H adscendet. Atque adeò 1 ℔ aquę (tantæ enim aquæ capacem fingo canaliculum) in orbe G H majorem efficientiam exercere poterit quam

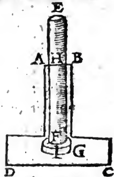


centies millenę libræ, cujusmodi in superiore figura S: cujus si causa ignota esset, naturæ arcanum meritissimò dici posset.

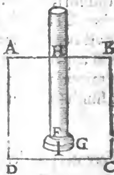


5 *Exemplum.*

Denique qui etiam pragmaticè exempla 3 consi. 10 propos. ubi aqua fundum premit infernâ parte, comprobemus; exponatur aqua ABCD, & tubus EF, G orbis plumbeus materię ponderiosioris quàm aqua, ut vides in priore diagrammate.



Is orbis foramini F subditus accuratè cõgruat, jam tubo cum orbe in aquam immisso, orbis G secundum naturam plumbo ingenitam non mergetur, sed tubo affixus hærebit, ac tam validè aquam premet, quàm pondus aqueæ columnæ cujus fundum F, altitudo HI, multatum differentia ponderum orbis G atque aquæ sibi æqualis. Sin verò orbis G non satis arctè claudat tubum ut aqua ingrediatur, non ante G à tubo recedet, quam dictum pondus ab aqua in tubum admissa superetur.



Et ne quis arbitretur magnam aquę molem quâ circumquaque tubus cingitur, majori pressu tubum afficere, quàm minorem ejusdem altitudinis, tollatur omnis aqua circumfusa ut reliqua duntaxat sit quantulam in subjecto diagrammate vides, nihilominus tamen cognosces aquam minorem (explorata pressionis potentiâ tubo G modo in hoc, modo in illud vas imposito) tam potenter tubum premere, quàm istam majorem. Cujus causa supra accuratè exposita est.

CONCLVSIO. Itaque exemplis 10 propositionem Elementorum Hydrostatices pragmaticè illustravimus.

NOTATO.

Ex 11 propositione præter cætera etiam hoc cognosci potest quantum aquæ pondus emissariorum [illegible], & similibus incumbat. Præterea aquam vel unguis unius latitudine ab una parte æquè potenter premere, atque altrinsecus alteram cujus latitudo vel ipsi Oceano æqualis sit, modo in eâdem altitudine consistant. Quæ cum per se sint satis manifesta nullis exemplis ea declaramus.

3 PROPOSITIO.

Causam reddere cur homo altè infra aquam natans maximo ejus pondere non opprimatur.

Humani corporis planum occupet pedes 10, is infra aquam 20 pedes demersus, aquę pede cubico 65 ℔ æstimato, sustinebit per 10 & 11 prop. de Elem. Hydrostat. 13000 ℔. Quamobrem qui potest, ut tanto pondere pressus non opprimatur? Causa autem hæc est:

Omni pressu quo corpus dolore afficitur, pars aliqua corporis luxatur.
Sed isto pressu nulla corporis pars luxatur.
Isto igitur pressu corpus dolore nullo afficitur.

Assumptio syllogismi reipsa manifesta est, nam si pars aliqua ut caro, sanguis, humor aut quodlibet denique membrum luxaretur, in alium locum concedat necesse esset; atqui locus ille non est extra corpus, cum aqua undique æquali pressu circumfusa sit (quod verò pars ima per 11 propos. Hydrostat. paulò validiùs prematur superiore, id hoc casu nullius momenti est, quia tantula differentia partem nullam sede sua dimovere potest) neque item intra ipsum corpus concedit, cum istic corpore omnia oppleta sint, unde singulæ partes singulis partibus æqualiter resistunt, namque aqua undiquaque eadem ratione corpus totum circumstat. Quare cum locus is nec intra neque extra corpus sit, absurdum imò impossibile fuerit partem ullam suo loco emoveri, ideoq; nec corpus hinc afficietur ullo dolore.

Sed in exemplo clarius ita intelliges, esto A B C D aqua cujus fundū D C, in quo foramen E habeat epistomium sibi insertum, cui dorso incumbat homo F. Quæ cum ita sint, ab aquæ pondere ipsi insidente nulla pars corporis luxari poterit, cùm aqua ut dictum est, undique urgeat æqualiter.



Si vero ejus veritatem explorare libeat, eximito epistomium E, tumque tergum nulla re fultum sustinebitur, ut in locis cæteris; ideoque istic tanto pressu afficietur, quantus 3 exemplo 2 propositionis hujus demonstratus est, videlicet quantam efficit columna aquea cujus basis sit foramen E altitudo autem eadem quæ aquæ ipsi insidentis. Quo exemplo propositi veritas manifestò declaratur. Itaque hic Quinti Libri

FINIS ESTO.



APPENDIX STATICES,

VBI INTER ALIA ERRORES quidam Στατικῶν Γ̓δωμάτων refelluntur.

AD LECTOREM.



Ogitanti mihi & memoria repetenti quantùm sæpenumero contentiones autorum concertationesq; in disputando pertinaces displicuissent, cùm animi pervicacia impulsi aliorum erratis adeò contemptim insultarent, ut morum suorum vitia longè deteriora proderent; quamvis amplum campum & tanquam Marathonium ad errores in Staticis idiomatis à scriptoribus commissos refellendum, apertum cernerem: scrupulus tamen ille injectus mihi est ne iis detegendis Lectori in idem vitium, quod in aliis reprehendo, ipsemet impingere viderer. Contra autem consideranti taciturnitate nostra (nam superioribus libris studiosè cavimus, ne doctrina istiusmodi argumentorum velitatione obscuraretur) nonnullos in errores falsasq; opiniones incidere posse; medium quoddam genus secutus sum, ut pro singulis variorum erroribus, summa duntaxat genera, & communes causas duobus proximis capitibus explicarem: non quì adeò celebrium scriptorum existimationi aut famæ quidquam derogem; sed potius ut eam grata recordatione augeam, utpote qui sectatores suos ad horum investigationem commoverint, sine quibus esset, multa egregia & scitu necessaria in occulto abdita laterent.

CAPVT

CAPVT I.

Causam æquilibritatis situs non esse in circulis ab extremitatibus radiorum descriptis.

CVr pondera æqualia in æqualibus radiis situ æquiponderent, communi notione scitur: at non perinde patet causa æquamenti ponderum inæqualium in radiis disparibus, quique ponderibus suis reciprocè proportionales sint. hanc veteres circulis decircinatis à radiorum extremitatibus inesse crediderunt, quemadmodum apud *Aristotelem in Mechanicis* ejusque sectatores videre licet, quod falsum esse hoc pacto redarguimus.

Quiescens nullum describit circulum:
Duo situ æquilibria quiescunt:
Itaque duo situ æquilibria nullum describunt circulum.

Et consequenter nullus erit circulus; atqui sublato circulo etiam causa tollitur quæ ipsi subest, quare causa æquilibritatis situs in circulis hîc non latet. Motus autem iste (ut assumptionem nostri syllogismi confirmemus) sivè circulorum descriptio qui hic cernitur, æquiponderantibus propriè non inest; sed casu contingit, ut vento aliove impulsu quo non hæc solùm, sed ἀνισόρροπα pondera quælibet etiam circulos describent. Quamobrem in his circulis causa æquilibritatis nulla est: sed iis quæ 1 propos. 1 lib. Elem. Staticor. Mathematicè demonstravimus: minimeque mirum si ii, qui errores istiusmodi pro veritate usurpabant, ad causarum cognitionem non penetrarint, aut nulla Statices formâ inventâ, à verò adeò diversi abierint, multis falsis propositionibus sese exercentes, quas sigillatim, propter causas supra expositas, nunc nô refellimus; atque eo magis quod à contraria veritatis norma facillimè coarguantur.

Propositiones item *Cardani* nonnullas lib. 5. Proportion. de ponderibus obliquatis, quarum judicium è certis quibusdam angulis, lineis, planisque instituit, falsas & à vero alienas esse, ne longior hic sim, è 19 propos. 1 lib. Static. facillime perspicitur.

CAPVT II.

Res motas impedimentis suis non esse proportionales.

IN Praxis Statices ad Lectorem præfatione diximus res motas suis impedimentis non esse proportionales, ejusque demonstrationi hunc locum destinavimus, ut argumenta aliter sentientium refutemus. Principiò *Aristoteles* ejusque sectatores 4 Physic. cap. de inani existimat corporibus duobus similibus, & materiâ æquipondiis per aërem delapsis eandem esse rationem ponderis ad pondus quæ velocitatis illius ad velocitatem hujus, id est quæ sit impedimenti ad impedimentum. Quam sententiam variis locis clarius proponit, ut 6 Physic. item 1, 2, 3. 4 de *Cælo*, aliisque compluribus. sententiam hanc *Ioannes Taisnerus Hannonius* oppugnavit, proportionem quidem hactenus admittens ut corpora ista æquali temporis spatio æqualia permeent intervalla. Cui opinioni *Cardanus lib. 5. Proportion. propos. 110.* consentit. Sed utrosque hallucinari ipsa experientia demonstrabimus, ac deinde ejus causam declarabimus. Experientia

rientia verò contra *Aristotelem* istiusmodi est; sumito duos plumbeos globos (quod Cl. vir IOANNES GROTIUS sedulus naturæ indagator, & ego quondam experti sumus) ponderis ratione decupla, eos altitudine 30 pedum pariter demittito in subjectum asserem, aliudve solidum unde sonus clarè reddatur; manifestè cognosces leviorem non decuplo tardius graviore, sed pariter in asserem incidere ut sonitus utriusque illisu redditus unus idemque videatur. Idem contingit in corporibus magnitudinis æqualis, gravitatis verò decuplæ: Quare dicta ista *Aristotelis* proportio à vero aliena est. Sed alterum experimentum hujusmodi cōtra *Taisnerum* facit: Sumito è gossipio lanavè tenue quoddam & exile filum, atq; sarcinulam ex eadem materia pondere unius libræ densè firmiterque colligatam, & formâ filo simili, hęc pariter quinque aut sex pedum altitudine demittito, re ipsa cognosces filum longe diutius in aëre morari, quàm sarcinulam, etsi fili materia longe compactior densiorq; sit sarcinulâ quæ multum aëris admittit. Quare æquale spacium ab ipsis pari velocitate nō transitur. Altera item experientia *Taisnerum* redarguit in pondere adscēdente sive emergente, in phialâ enim vitreâ aquæ plenâ agitatâ, ut multæ excitentur bullulæ simulac quievit videbis majores bullas citissime atque unico momento, minores verò emergere tardiùs, minimas autem bullulas instar tenuissimarum arenularum lentissimè, & tanquam testudineo gradu sursum prorepere, quarum omnium motus ab æquali velocitate vel tarditate longè abest. Atque hactenus de experientia. Superest ut dicamus cur hîc nulla sit proportio, hoc modo. Quodlibet corpus movens habet quoddam motus sui impedimentum, quod in corpore per aërem delato est aëris & superficiei suæ contactus; ideoque similium corporum majus, majore quoque afficitur impedimento, sed quia similia solida superficiebus suis non sunt proportionalia (nam cubi in ratione octupla, habent superficies ratione quadrupla) nec impedimentis proportionalia esse possunt: atque hinc est quod minora corpora majus impedimentum patiantur, ratione proportionis, & propterea tardiùs descendant quam majora.

Imò quamvis superficies corporibus suis essent proportionales, medium tamen per quod cadunt, quodammodò proportionem hanc evertit, ut in duobus corporibus altero in aqua innatante, altero mergente animadverti facilè potest, in quibus impedimenta superficierum quandam inter se habent rationem, tempora verò nullam, ideoque proportionalia non sunt. sed dicat aliquis id intelligi solum cæteris paribus, videlicet quando utrumque corpus mergetur. Nego tamen in his ullam proportionem consistere. Sumptis enim duobus corporibus A, B quarum utrumque in aqua mergatur, sintque in dicta proportione. his positis, manifestum est infinita posse inveniri corpora inæquali gravitate minori quàm B, & quæ in aqua demergantur, paulatimque ita propius accedetur ad corpus immersabile, cujus nulla cum corpore quod mergitur sit proportio. Sed illis eò contimè accedentibus, atque A, B in data proportione consistentibus, certè nullum infinitorū illorum corporum ipsi A comparatum proportionem istam habebit; quia si in his esset, certè ad alterum non accederent quod thesi cōcessæ repugnat. Quamobrem medium quoque per quod corpora permeant dictam proportionem prohibet.

Cumque in mediis ordinatissimis & ubique homogeneis nullam motus & impedimentorum proportionem inesse demonstraverimus, ubi simplex superficiei cum aëre vel aqua sit contactus. longè firmiori ratione nulla proportio inerit exemplis magis inordinatis materiæque non unius generis sed variæ, ut in machinis partim ligneis partim ferreis cæterisque similibus, namque ibi hoc

axun-

axungia illud oleo perungitur; aliud humido aëre turgescit, aliud erugine corripitur, quæ omnia (ut multa alia omittam) machinarum motus modò expediunt, modò impediunt. Itaque ut in Statices Praxis præfatione dictum est, hujusmodi proportioni, quæ probabilis videtur, nullo modo fidendum est: quin omnia ista quæ *Cardanus 5 Proport. lib.* in variis *propositionibus*, aliique quam plurimi hinc deducunt, falsa & veri vana habenda sunt. Et solus motus & movendi æquilibrio contenti simus, quippe quæ his abundè satisfaciat.

CAP. III.

Staticam esse Mathematicarum Liberalium artium unam.

QVamvis de istarum rerum nominibus quibus doctrina nihil obscuratur controvertere, aut in disceptationem vocare supervacaneum sit; non est tamen cur hæc eò pertinere quis arbitretur; nam nos cum usui erit Staticam liberalem artem appellabimus, atq; ideo ejus appellationis rationem reddere necesse fuerit. Quemadmodum igitur numeri & magnitudinis materia diversa, meritissimò quoque artium suarum limites & confinia secernenda distinguit; illaque Arithmeticæ hæc Geometriæ terminis circumscribitur, ut singulæ convenientiori ordine, magis propriè, magisq; perspicuè describantur & doceantur: cumque subtilis materies istis artibus subjecta à natura nobis ingenita aut cognita non sit; sed è variorum scriptis qui summo studio maximaque diligentia in his sese exercuere, imò non rarò casu notitiam excellentium rerum sunt adepti, perdiscenda sit, atque illarum cognitio humano usui perquam necessaria, ideoque homine ingenuo digna, unde ipsæ liberales artes appellantur, & sua certitudine reliquas artes longè antecellant; meritò Mathematicæ appellantur, cum ita esse non persuadeant, sed demonstrando cogant, doceantque. Pari ratione etiam Statica istis connumeranda, partim quia hujus materia gravitas, sit ab illarum utraque, numero scilicet & magnitudine, diversa; partim etiam quia proprietates hujus subtilitate quoque illis non cedant, cujus vel hoc argumentum sit, quod omnium tardissimè è tenebris eruta, in lucem sit edita. Denique cum ab ultimis usque initiis tantæ certitudinis sit, quantæ illæ; pari jure peculiaris quædam ars Liberalis Mathematica, & propria quoque censebitur.

Objiciat autem quis, Geometricas figurationes in ipsius demonstrationibus non rarò adhiberi, ideoq; ejus esse quandam speciem. Respondeo idem Arithmeticæ accidere; etenim quæ habet theoremata quarum cognitio non penitus ex ipsa Geometria sit repetenda? Imo ne Geometria quidem ipsa se absq; numeris tuebitur, aut defendet. Inspice sodes elementa Geometrica, quoties quæso figura figuræ dupla, item tria plana duobus æquari dicuntur? unde constat propositiones Geometricas absque numeris demonstrari non posse, quamvis artes inter se sint diversæ & distinctæ; atque eadem Staticæ doctrinæ ratio erit.

Præterea Opticæ & Catoptricæ, quæ non peculiares artes Mathematicæ sed Geometrici generis omnino censentur, alia est ratio, quam Staticæ, & multùm dissimilis. nam Staticæ materia seu subjectum quæ est gravitas, non secus quàm magnitudo, & numerus (quia omnia, ut est in veteri proverbio constant pondere, numero, & mensura) in qualibet substantia magno hominum commodo deprehenduntur; sed superiores istæ non item. Quare ut diximus Statica meritò liberalium Mathematicarum artium una fuerit.

CAPVT IV.

Demonstrationum suprascriptarum nonnullas per numeros institutas, Mathematicas esse.

MAthematicæ & Mechanicæ demonstrationis à doctis annotatur differentia, neque injuria. Nam illa omnibus generalis est, & rationem cur ita sit penitus demonstrat, hæc verò in subjecto duntaxat paradigmate numeris declarat. Vt si demonstraturus in rectangulo triangulo basin recti æquè posse cruribus, assumat triangulum cujus minimum latus sit 3, secundum 4, tertium 5 pedum, hocque rectangulum esse deprehendatur; tumque ostendat maximi lateris quadratum 25, æquari reliquorum laterum quadratis 16 & 9. Sed demonstratio hujusmodi tantum est propositi exempli, unde non concluseris omnibus rectangulis triangulis idem contingere, neque hinc cur id fiat evidens est; & quia opus hujusmodi machinatione in speciali exemplo instituitur, mechanica demonstratio appellatur: sed illa quam *Euclides* 47 propos. 1 lib. usurpat catholica est & universalis, causam repetens ab ipsis elementis cur ita necessariò, & non aliter se habere possit: hæc propter certitudinem in demonstrando, & docendo infallibilem Mathematica dicitur; ideoque etiam ab ipsis Mathematicis potior censetur & frequentiùs usurpatur, quam illa per numeros mechanica. Vnde objectionem mihi paratam intelligo, cur 4, 11, 12, 18 propositiones 2. lib. Elem. Sraniees numeris adhibitis explicarim & demonstrarim. Cui occurritur, demonstrationem in numeris dupliciter institui; alteram ubi tanquam termini rationem, proportionemque partium expositæ figuræ declarant; alteram ubi quantitatem. Illa Mathematica est quia universim speciei datæ figuræ conveniat, & in ipsis causam declaret; hæc autem non item, ob rationes istis contrarias. Qua in re *Eutochius* in suis in *Apollonium* cōmentariis 11 prop. lib. 1. mecum facit, dum ait: *Non perturbentur qui in hac inciderint, quod illud ex Arithmeticis demonstretur: antiqui enim hujusmodi demonstrationibus sæpe uti consueverunt; quæ tamen Mathematicæ potius sunt, quam Arithmeticæ propter analogias. adde quod quæsitum Arithmeticum sit; nam rationes & rationum quantitates, & multiplicationes primò numeris, secundo loco per numeros & magnitudinibus insunt, ex illius sententia qui ita scripsit:* Ταῦτα γὰρ τὰ μαθήματα δοκοῦντι εἶμεν ἀδελφά. *hoc est, hæ enim Mathematicæ disciplinæ germanæ esse videntur.* Insuper autē objiciatur in *Archimedis, Ptolomæi, Apollonii,* & inter recentiores *Comandini, Regiomontani,* aliorumque similium propositionibus ipsam rationem, non autem rationis terminos in numeris nominarim proponi, quod à nobis factitatum sit; cui responsio expedita est & in promptu; eodem jure atque ab illis citatur ratio dupla, tripla, quadrupla, eodem in quam jure, citari etiam rationem duodecuplam, quale illud in dicta 23 propos. A D ad R D; item rationem 37 ad 23 sive superquatuordecupartienrem vigesimastertias ipsius A R ad R D in supraseripta propositione 17, cum idem sit rationem, & rationum terminos proponere. nam istarum linearum in expositis figurarum illarum generibus alia ratio nulla est. Cum autem numerorum usus sit in pervestigandis istiusmodi figurarum proprietatibus, ut his ducibus & commōstratoribus facilè & perspicuè res ipsas pernoscamus, etiam necesse fuit in illarum descriptione numeros eosdem adscribere, ne aliis obscurum sit, quod earum autoribus & inventoribus clarum fuerit, namq; hæc ipsa est vera & Mathematica demonstratio, proposiri veritatem ab ipsis causis repetere.

Notandum autem nonnullas demonstrationes 1 lib. Static. itemque Hydrostat. ubi gravitas numero, notaque librarum mensura exprimitur, ut mechanicis demonstrationibus accenseri debere videantur, geminas à nobis exhibitas esse; alteras Arithmeticas ut 1 exemplo 1 propos. 1 lib. ubi propositionis sententia Arithmetico calculo ostenditur, quam Mathematica demonstratio secundo exemplo statim subsequitur. Vt Mechanica demonstratio Mathematicæ nonnunquam tanquam ministra facem alluceat.

CAPVT V.

Vbi Propositio 8 Hydrostatices illustratur, & clarius exponitur.

OCtava propositio Hydrost. docet: *Solidum in aqua levius esse quam in aëre pondere aquæ magnitudine sibi æqualis.* Vnde quis consectaria hujusmodi deduceret: *Solidum quodlibet in hydrargyro levius est quàm in aqua magnitudine hydrargyri sibi æqualis.* Vel aliud hoc modo: *Solidum quodlibet in aqua levius est quam in oleo magnitudine aquæ sibi æqualis*; similique analogia in cæteris. Quæ vera deductio, re simpliciter considerata experiētiæ contraria videtur; nam libra plumbi nō erit in aqua levior quam in oleo, pōdere aquę sibi æqualis, sed tantò duntaxat levior quanta erit differentia aquæ & olei dictæ plumbeæ libræ magnitudine æqualium. Sed tamen re pensiculatius expensa theorema nostrum omnibus numeris perfectum animadvertet, siquidem 1 postul. Elem. Hydrost. petierim concedi, *Ponderitatem corporum in aëre appellari propriè*, item 5 post. *Vas superficiarium effusa aqua vacuum esse*, hoc est per 11 defin. aëris duntaxat plenum. si igitur media, in quibus gravitas æstimatur, hydrargyrum & aqua ponantur, ac tum postuletur, *Corporum gravitatem in aqua dici propriè*. Item, *Vas superficiarium effuso hydrargyro aquæ plenam esse*, certè his ita constitutis dicta propositio (*Solidum quodlibet in hydrargyro levius esse quam in aqua, pondere aquæ magnitudine sibi æqualis*) omninò vera fuerit. Vt res hæc magis fiat perspicua, cogitatione fingito hominem sub aqua constitutum secum habere hydrargyrum & aurum, sitque aqua vice aëris, Ajo aurum istic tantò fore levius, quam in hydrargyro quantum erit pondus hydrargyri aurum magnitudine æquantis: quod sanè manifestum est. At verò si *Corporum pondus in inani verè dici sumatur*, ut revera se res habet, secundum hac inquam affectionem ita enuntiari posset. *Omne solidum in aqua gravius est, quàm in inani pondere aquæ sibi æqualis.* Verùm cum usus & effectio (quò theoriam perpetuò dirigere decet) non in vacuo sed in aëre fiant, satiùs est secundum modum nobis supra usitatum, pondus rei proprium in aëre supponi, cujus ratione & respectu 8 nostra propositio cæteræque inde derivatæ omnibus numeris perfectæ sunt: Quod annotasse fuit operæ pretium.

APPENDICIS FINIS.

ADDITAMENTVM STATICÆ.

BREVIARIUM
ADDITAMENTI.

A Prima Staticæ editione varia cùm in Praxi, tum etiam in Theoria mihi occurrerunt, quæ singula secunda hâc editione suo quæque loco disponi, inque unum corpus digesta ordinari potuere. sed cùm vero consentaneum videatur, etiam plura hujusmodi usum & tempus nobis paritura, quorum ordinatio iterum iterumq; novanda foret, idq; sine fine, quamvis fortasse illud satius esset; nunc tamen magis necessaria dispositioni huic me vacare nō sinunt. Ideoq; de priore forma Staticæ omninò nihil (iis exceptis quæ mutare necesse erat) detraxi, aut immutavi. reliquas appendiculas, quarum accessione aucta est, hic uno ADDITAMENTI titulo complexus sum. Cujus hoc est argumentum:

Funium Statica. Primò de Spartostatica.

Trochlearum Statica. Secundò de Trochleostatica.

Ponderis in summo vertice gravitate. Tertiò de Fluitantibus Acrobaricis.

Prensi pressura & tenacia. Quartò de Chalinothlipsi.

Aquæ attractu. Quintò de Hydatholcia.

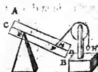
Aëris Statica. Sextò de Aërostatica.

ADDITAMENTI
STATICÆ
PARS PRIMA
DE
SPARTOSTATICA.

PRIMVM CONSECTARIVM

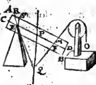
è 27 propositione 1 Libri STATICÆ.

SI in figura 27 propositionis 1 lib. in E loco ponderis obliquè attollentis substituatur firmitudinis punctum quale hic vides, perspicuum est hoc affici pressu ponderi G æquali, atque istiusmodi obliquitate niti, qualem ostendit obliqua linea L E.



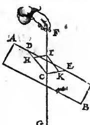
2 CONSECTARIVM.

Item si in eadem figura 27 propos. L E, M F continuatæ concurrant, punctum concursus per 25 propos. incidet in pendulam gravitatis ejus diametrum. Quamobrem ut cognoscatur quanta obliqua pressio puncto E insideat, ducito pendulam diametrum à centro P quæ occurrat continuatæ M F in Q, hinc ab Q per E rectam Q R ut R sit in A M. quæ cum ita sint, pressio erit ab R versus E. Atqui ut etiam quanta ea sit cognoscas, usurpato E R tanquam lineam obliquè tollentem, & E S tanquam tollentem rectè, unde reliqua erunt in proclivi.



3 CONSECTARIVM.

Sed ut rationem ponderum è funibus dependentium explicemus, esto columna A B, cujus centrum C, eque duobus firmitudinis punctis D, E suspensum, eductis ex centro C duabus lineis C D, C E, quare istæ per 5 defin. sunt columnæ gravitatis diametri, ideoque H I parallela contra C E inter C D, C F educta erit C I per 13 defin. linea rectâ attollens, C H autem obliquè, unde efficitur ut C I ad C H sic pondus illius rectâ attollens ad pondus hujus attollens obliquè. Sed pondus rectâ tollens quod pertinet ad C I, totius columnæ ponderi æquatur; itaque ut C I ad C H, sic totius columnæ pondus, ad pondus quod pertinet ad D. Eademque via concludetur pondus pertinens ad E ductâ ab I in C E rectâ I K contra D C parallelâ; atque tum erit ut rectâ tollens C I ad tollentem obliquè C K, sic totius columnæ pondus, ad pondus subnixum ipsi E.

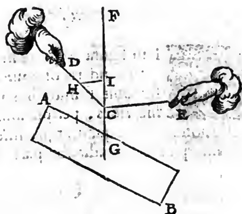


Verùm quia C K perpetuò est æqualis H I, nihil est necesse ducere hanc postremam I K, omnesque necessarii cogniti termini insunt tribus trianguli H I C lateribus: unde ita fari licet.

Vt C I ad C H, sic pondus columnæ ad pondus pertingens ad D. Item ut C I ad I H, sic pondus columnæ ad id quod pertinet ad E. Et denique ut C H ad H I, sic pondus quod ab D ad pondus quod ab E sustinetur.

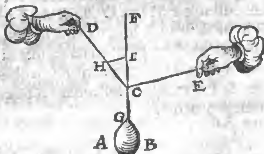
4 CONSECTARIUM.

Verumenimverò ut propiùs ad rationem ponderum è funibus dependentium accedamus; columna AB paulum infra descēdat ut in hâc figurâ, & per 3 postulatum hoc loco non erit ponderis diversi ab antecedente, ubi sublimiùs pendebat. Itaque etiam proportio 3 consectario exposita in hoc 4 sine ulla varietate etiamnum permanet.



5 CONSECTARIUM.

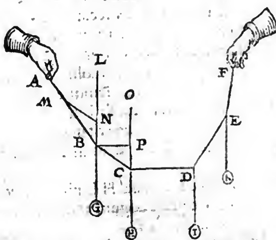
Tandem in locum columnæ 4 consectarii aliud pondus ipsi æquale substituitor, sed formæ & gravitatis materiæ cujuslibet, ut hîc AB. atque etiamnum ratum est, & perspicuum CI esse ad CH, ut pondus AB ad partem quæ pertinet ad D. Item ut CI ad IH, sic pondus AB ad id quod ex E sustinetur, denique ut CH ad HI sic pondus ex D ad id quod ex E.



Vnde in promptu erit, si ex DCE tanquam fune dependeat notū pondus AB, notique sint anguli FCD, FCE, concludere quantum ponderis quilibet istorum DC, CE perferat.

6 CONSECTARIUM.

Si verò eodem modo è lineis duo pluravé pondera dependeant, ut in subjectâ figurâ ABCDEF, cujus extima firmitudinis puncta sint A, F, è qua linea quatuor pondera G, H, I, K suspensa sint, etiam ponderis potentiam ab il-



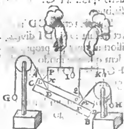
larum quinque linearum singulis AB, BC, CD, DE, EF dependentem inveniri posse manifestum est: namque cōtinuata sursum dicis gratiâ, GB in L, ductaque

ductaque M N parallela contra B C, concludes ut B N ad B M, sic G ad pondus sustentatum ab A B.

Item ut B M ad B N, sic pondus G ad pondus quod sustinetur à B C.

Secundò continuata etiam H C sursum versum in O, & B P parallela ducta contra C D: concludes similiter superiori, ut C P ad C B, sic H ad pondus sui partem quod pertinet ad C B. Ex quo perspicitur idem quod supra pro B C conclusum est nunc redire. Factio cæterarum conclusionum his similiter instituetur. In his & aliis similibus ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS certissimis experimentis cognovit, Praxin Theoriæ exactissimè consentire.

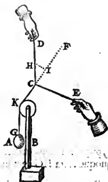
Proportionem 17 propositione à nobis descriptam, aliter quoq; efferre & effari possumus, unde usus paulo facilior emanet. Cujus explicationi diagramma id oculis hic subjeci. ubi pro eo quod ita enuntiatur, ut pōdus oblique attollēs ad pondus attollens rectè, sic propriū cujusq; pondus obliquè tollēs ad pondus tollēs rectè ut aliter efferam, unde factio expeditior derivetur: agatur L P, inter lineas rectè & obliquè attollentes, parallela contra F M, his positis, dico ut linea rectè attollens, ad tollentem oblique, sic totius columnæ pondus ad pondus ipsum tollens obliquè, hoc est, ut E P ad E L, sic pondus columnæ totius ad G. & rursum ut E P ad P L, sic pondus columnæ ad H. qua via ignotorum terminorum inventio multò fit brevior & succinctior. Animadvertas item pro L P potuisse duci M Q, inter alteras rectè & obliquè extollentes lineas, parallelam contra E L, quâ ratiocinium, ut supra cum L E, inire liceat. namque ut P E ad E L, sic Q F ad F M, cùm triangula F M Q & L P E similia sint, ob parallelas Q F P E, M F L P.



7 CONSECTARIUM.

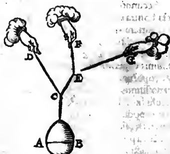
Hactenus pondera è duabus lineis dependētia exposita sunt, sequuntur deinceps quæ pluribus lineis suspenduntur. Cui fini quinti consectarii diagramma assumamus, hâc tantùm differentiâ, ut recta C G trochleam K hîc strictim tangat, ut recta K C F horizonti sit obliqua, cæterum pondus A B idem esto, iidemque anguli assumantur D C F, F C E. jam per 5 consectarium patet C I ad C H esse, ut pondus A B ad id quod sustinetur à D. porro ut C I ad I H, sic A B ad id quod pertinet ad E. Denique ut C H ad H I, sic id quod ab D ad id quod ab E sustinetur.

Ex quo efficitur si ab D C E, tanquam fune, dependeat pondus A B manifestum esse quantum pars quæque D C, C E sufferant.



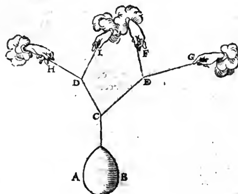
8 CONSECTARIUM.

Si pondus tribus lineis suspensum sit, ut hîc, ubi A B sustinetur duabus C D, C E, tumque C E ab alteris duabus E F, E G, ut universim totum pondus A B è tribus lineis C D, E F, E G dependeat, etiam tum sciri poterit quantum quæque ferat namque per 5 cons. concludetur quid ad C D & C E pertineat: deinde per 7 cōsectarium singulis E F, E G ratam partem ponderis quod ad C E pertinet distribues.



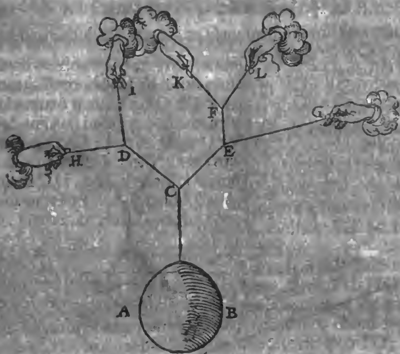
Præterea etiam C D in duo alia retinacula D H, D I divisa, quid illorum cujusque proprium sit, eodem quoque modo concludes. quare quantum ponderis singulis lineis E F, E G, D H, D I cedat sive rectæ istæ in eodem sint plano, seu in diversis, cognoscere licebit.

Notato autem lineas C E G, C E F ac cæteras similes non porrigi in directum, sed ab ipsis ad E angulum necessariò comprehendi, cum E F ex



hypothesi alicujus efficientiæ sit, unde angulus existit ad E, eadem modo quoque recta E G aget in rectam C E F.

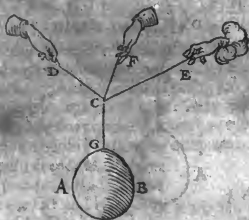
Præterea si ab F alia duo retinacula adjunguntur F K, F L, etiam hîc quantum ponderis ad utramlibet ipsarum pertingat invenire in promptu est. Itaque quantum



quantum cuique harum quinque linearum D H, D I, F K, F L, E G cedat, cognosces. quæ ratio infinitè continuari potest.

9 CONSECTARIUM.

Dictum fuit hactenus de pondere, ut A B, quæ ab una continua linea usque ad C dependeat, unde deinde duæ alteræ existant. Sed quando ex eo puncto tres lineæ educentur, consideratio paulo diversa erit; utque hoc distinctè proponam, sic habe, tres istas lineas vel esse in uno plano, vel in diversis: atque cum in eodem erunt plano, nihil certò concludi posse. Sit enim pondus A B, tresq;

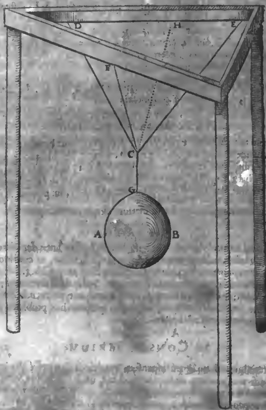


lineæ ex quibus pendet C D, C E, C F, à quarum communi termino C sit C G, unde pondus suspendatur. Iam sublato medio retinaculo F C, à duabus duntaxat lineis C D, C E pondus A B sustineatur. quibus positis, pondus A B tamen loco non movetur, anguliquc D C G, E C G, iidem permanebunt, quamvis plus ponderis ab istis duabus C D, C E, quàm prius addita C F sustineatur; cum hæc sua potentia istas allevet: sed ad C F potentiæ variæ & multùm

tùm diversè collocari possunt, unde, ut dixi, palam est unam certamque conclusionem non admittere.

10 CONSECTARIUM.

Cum autem tres istæ retinaculorum lineæ in duobus constituentur planis, conclusio duntaxat unica, certaq; erit. Vt si pondus A B è tribus lineis C D, C E, C F dependeat, quæ omnes tamen in eodem plano non sint, & ab harum concursu unica linea C G porrigatur, unde pondus ex G dependeat. Iam quî invenias, quantum quæque ponderis ferat, ut v.g. C F, fingas cogitatione, solummodo à recta C F & à H C cōmuni sectione planorũ D C E, G C F pondus A B esse suspensum. reliquis lineis sublatis, patet igitur angulum G C F omninò non mutari, sed eundem esse qui priùs fuerat, itemque C F pondus



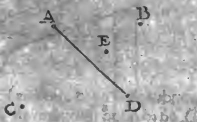
idem ferre quod ante. si inquam, fingas pondus A B è duabus lineis, C F, C H dependere, tumq; per 5 consectarium, quanto in sustinendo pondere recta C F disten-

distendatur concludes. ac pari ratione quo pondere reliquæ CD, CE distineantur cognosces.

Prætetea si hæ retinaculorum lineæ in alias insuper lineas diducantur, pondus quo ipsarum unaquæque distenditur, consimiliter 9 consectario concludetur.

11 CONSECTARIUM.

Si quatuor lineæ ad idem punctum cohæreścant, cujusmodi antecedenti cōsectario tres, propositio hæc unam certamque determinationem non habet. Sic A, B, C, D tanquam suprema linearum, è quibus pondus dependet, puncta intelligantor. Iam pendula ejus diameter vel incidet in rectam A D, vel extra ipsam intra triangulum A D B, vel intra A D C (fieri enim non potest ut in ambitu quadranguli A B C D cadat, nedum extra) si incidat in A D, constat rectas ad B & C pertingentes, potentiam quâ istæ sub A & D distenduntur quiddam allevare; sed cùm triangulū duarum istarum linearum quæ sub A, B, consistunt & tertiæ A D, nullam admittat mutationem varietatemvé, diversę & multiplices potētiæ, ad C & B adjungi possunt quę linearū sub A, D distensionem immutent, manente tamen eâdē datæ formæ dispositione, adeò ut certa singularū partium determinatio nulla hic inveniri possit. Cum autem pendula gravitatis diameter in E intra triangulum A D B cadet, tùm quarta C à mutatione situs ponderum quæ ad A, B, C pertinent planè erit immunis. ex quibus efficitur propositionem hujusmodi nullam partium ratam determinationem admittere.



Advertendum autem insuper, cùm quatuor lineæ certam aliquam determinationem respuant, multò firmiori ratione complurium linearum conclusionem incertam esse. Similique ratione, cum 9 consectario demonstratum sit, tres lineas in eodem plano nullam certam cōclusionem habere, etiam quatuor, aliasque plures longè minùs determinatione aliqua certa circumscribi.

NOTATO.

Corpus etiam modo ab 11 consectario diverso è tribus lineis depēdere posse, cùm scilicet tribus distantibus locis ipsæ corpori affigentur, ut continuatæ tamen in eodem puncto non concurrant; quod per 25 propos. lib. 1. si de duabus tantum lineis suspendantur necessariò cōtingit. Sed quâ viâ inveniatur pondus istarum unicuique debitum, nondum etiam, dum hæc typis excuderentur, assecutus eram: si quid vel à me ipso, vel ab alio quopiam hoc problema juvabitur, id temporis processu fiet palam.

12 CONSECTARIUM.

Ponderis igitur ab unâ lineâ suspensi, ex qua deinde duæ tresvé aliæ in partes diversas distractæ existant, ratio hujusmodi fuit, unde affectiones Staticæ duarum triumvé itidem linearum, eidem ponderi affixarum & sursum tendentium, inque idem pendulæ gravitatis diametri punctum incurrentium, in procinctu erunt. enimverò A B pondus esto, de duabus lineis D C, E C suspensum, inq; C puncto concurrunto, pendulaque diameter F C. quantum igitur harum

DC, EC

D C, E C utrique cedat. Cognosces continuatâ F C deorsum in G, actâque H I, inter ipsam & D C, parallelâ contra C E. Iam enim per 5 consectarium erit C I ad C H, ut pondus A B ad id quod sustinetur ex D: item C I ad I H, ut pondus A B ad id quod ex E. Deniqueetiam C H ad H I, ut pondus quod à D, ad id quod sustinetur ab E.

Insuper autem liquet proprietates, cujusmodi 8, 9, 10, & 11 consectario accidunt, etiam in similes 13 hujus consectarii figuras incidere.

SPARTOSTATICES

FINIS.

ADDITAMENTI
STATICÆ
PARS SECVNDA.
DE
TROCHLEOSTATICA.

BREVIARIUM
TROCHLEOSTATICES.



CUM ILLUSTRISSIMUS PRINCEPS *perspexisset librum* delle Fortificationi di Buonajuto Lorini, *inter cætera etiam trochlearum doctrinam perlegit, ubi tantummodo ponderum rectà adscendentium, à potentiis rectà ad perpendiculum descendentibus explicatur: quia verò non semper ista rectà sursum, deorsumvé, sed in obliquum nonnunquam moventur, harum quoque potentiarum, rationum, causarumque cognoscendi cupiditas ipsum incessit, ut doctrinam hanc omnibus numeris haberet perfectam. Et sane cognitionis & scientiæ hujus cupiditas justis rationibus innixa videtur, cùm trochlearum usus in majorum ponderum subvectationibus permagnus sit; & utile nonnunquam fuerit præsciri, quæ potentia dato ponderi attollendo sit congrua. Quare postquam in Statica, & prima hujus additamẽti parte sese* ILLUSTRISS. PRINCEPS *exercuisset, quibus cognitis trochlearum proprietates & affectiones deinceps essent in promptu, atq; se jam huic negotio daret; ista quoque, quæ super his tractata nobis sunt, inter Mathematica ejus Hypomnemata referenda censui.*

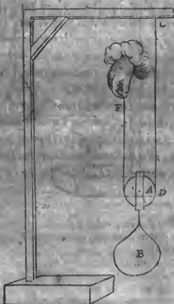
PROPOSITIO.

Ponderum trochleis sublimè tractorum formas inquirere.

PRiusquam rem ipsam exordimur generaliter intelligito, & cogitatione concipito, datum pondus hic constitui à trochlea infima cum pondere ipsi alligato: præterea differentiam gravitatis quæ à funibus existit, nullius momenti à nobis nunc æstimari.

1 *Exemplum ponderum quæ rectà attolluntur.*

Esto in primo hoc diagrammate trochlea A, ex qua dependet pondus B, funis C D E F, cujus duæ partes C D, F E parallelæ sint, & utraque horizonti perpendicularis, Quibus positis, totoque pondere B ita è duabus istis partibus C D, F E suspenso, ut utraque pars pari potentia afficiatur, etiam singulis pro-



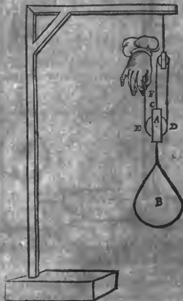
pter orbiculi volubilitatem cedet semissis ponderis B, quamobrem si quis manu sua funem in F sustineat, is ferret gravitatem dimidii ponderis B, ex quo liquet,

quet, cur etiam unica trochlea facilius, quam sine ea pondus attollatur. Notato autem hic illud Staticum axioma etiam locum habere:

Vt spatium agentis, ad spatium patientis:
Sic potentia patientis, ad potentiam agentis.

Nam manu F, quæ hic agit, duos pedes promota, pondus, quod patitur unicum duntaxat pedem procedet: cujus causa manifesta est.

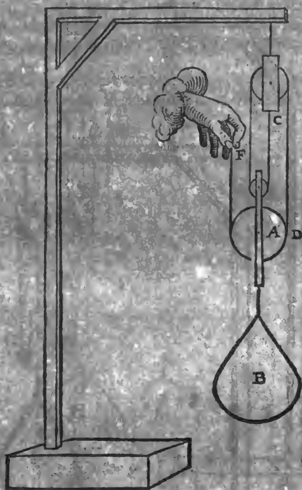
Ex his ubi unici orbiculi rotatu pondus attollitur, facilè cognoscetur similium formarum ratio in trochlea geminata, ut hic. ubi rursum C alterum funis



terminum denotat. Et cùm pondus B de tribus funibus dependeat singulis duntaxat cedit ponderis una tertia, quare manus F tertiam tantum partem sustinebit ponderis B.

Simili-

Similiter cum tribus orbiculis funis ductorius obvolvetur, singulis partibus cedet ponderis B pars quarta, ideoque F manus feret partem quartam pon-

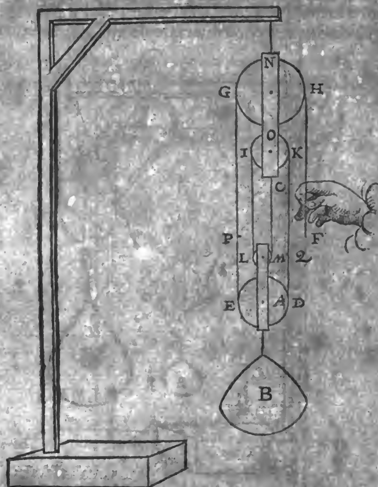


deris B. Vnde simili processu generale axioma ponderum pluribus etiam trochleis tractorum institui & efformari potest.

Advertendum autem rarissimè F hoc modo sursum duci, quod nos in tribus expositis diagrammatis clarioris demonstrationis gratia fecimus, sed plerumq; additur insuper orbiculus unus, ut per ejus ambitum ductus funis deorsum trahatur, ut quarto hoc diagrammate spectandum exhibemus. notandum tamen quartum istum adventitium orbiculum manui nullam ponderis allevationem mutationemvè inducere; quia pondus B è quatuor tantùm funibus, perinde atque in tertiâ diagraphâ sustinetur; nam novissimus iste funis qui quintus videri posset, ipse unus idemque est cum quarto. Ex quo intelligitur etiamsi funis ductorius per centum istiusmodi trochleas traducatur, trahentem planè nihil juvari.

Verumenimverò si hujus mechanicam veritatem desideres, in F loco manus, quartâ hâc figurâ substituito pondus æquale quartæ parti ponderis attollendi, & hæc (si opus ritè institutum sit) inter se situ erunt æquilibria. pondus autem tollendum, ut accuratè definiatur, notato id hic constitui à dato pondere B, trochleâ imâ A, atque insuper à gravitate funis. atqui ut funis gravitatem

fusius explicem, sunto D, E extimi ejus contactus contra orbiculum A; Item G, H funis novissimi contactus contra trochleam supremam, itemque L, M, contactus trochleæ ultimæ; atque N sit loco contactuum G, H, interme-



dio, sic O inter I K. sitque C finis ipsius funis. Hinc P statuatur in G ut G P ipsi H F æquetur; sic Q in K D, ut K Q, I L æquales sint. Quibus positis, N G P pondere & magnitudine æquatur ipsi N H F; itemq; O I L ipsi O K Q. sed C M omninò nec degravat nec allevat; adeò ut ad pondus datum & gravitatem trochleæ accedant insuper semicircularia funis segmenta L M, D E, cum recto segmento D Q.

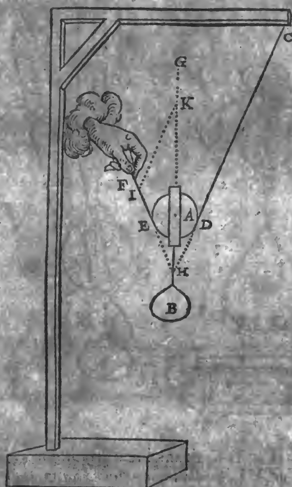
Denique animadvertito cum trochlearum ope quid attollitur, ut pars commoti funis in aëre suspensus à solo absit: quanta erit istius ductorii funis gravitas, tantò minori potentia ductori opus esse.

2 Exemplum* λοξοβαρείας.

*ubi pondera in obliquum commovetur.

Primum hoc diagramma cætera simile esto primo primi exempli diagrammati, solummodo hîc manus F non recta sursum sed obliquè & in latus non nihil commoveatur; quibus positis, pondus quod à funium unoquoque suffertur, per 5 consectariū primæ partis hujus ad Staticam additamenti patescet. Sed ut explicatione fiat illustrius; continuato rectam, ex quâ pondus B dependet, sursum

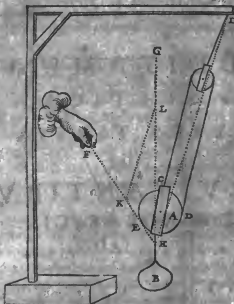
sursum in G; itemque B G, F E donec sese intersecent in H; atque ipsas intersecet I K parallela contra D C. His ita dispositis, ajo esse I K ad K H, ut pondus ab F manu ductum ad datum B; itemque ut H I ad I K, (quæ in exemplis unius trochleæ, quale hoc est, perpetuò æquantur, quia continuatam C D in H occurrere necesse est; angulumque G H I angulo G H C æquari) sic pondus quod à manu F ad id quod sustinetur à C. has potentias ob causas jam expositas itidem in unius trochleæ exemplo æquari manifestum est, singu-



lis quippe ponderis semissem perferentibus; ponderis inquam, cujus ad datum pondus ratio sit, per 5 consectarium 1 partis additamenti ad Staticam, quæ H K ad H I.

Sed fune ductorio hoc obliquo circa duas pluresvé trochleas voluto, universa item ponderum ratio cognoscetur. Etenim, dicis gratia, secunda figura omninò similis effingatur secundæ figuræ primi exempli, tantum hoc uno diversæ sint, quod manus F hîc obliquè & in latus sursum trahat. Iam igitur per 5 consectarium 1 partis hujus Additamenti quantum ponderis singulis funibus cedat manifestè liquet. Cujus declarationi exemplum tale esto. Recta ex qua pondus dependet sursum educitor in G ut B G, tumque F E continuata, secet infinitam B G in H. & à puncto I suprema trochlea dependeat, unde ad H adjungatur recta H I, cui inter F H & G H parallela agatur K L. His positis, ajo ut K H ad L H, sic pondus à manu sustentatum ad pondus da-

tum: ſed KH in exemplo geminarum trochlearum, quale hoc eſt, æquatur dimidiæ KL; quare potentia pertinens ad F, eſt dimidia ejus quæ ſuſtinetur ab I, quare ſingulis funibus par cedit onus, ſcilicet triens ponderis, cujus ad da-



tum ratio eſt quæ LH ad HK. quamobrem in ſimilibus exemplis concludes hoc modo, ut KH ad HL, ſic datum pondus ad quod aliud: ejus, quod hinc efficitur, pars tertia dabit vim ponderis ab F ſuſtentati; itemq́ue quantum reliquorum funium ſingulis cedat. Cum autem tres proponentur trochleæ, manifeſtum eſt quartam partem ponderis, hujuſmodi proportione concluſi, aſſumendam. atque eo deinceps in cæteris progreſſu continuo.

Cur autem KL potiùs parallela nobis ſit conſtituta contra HI, quàm contra funes ductorios, id ex his quæ de ſimilibus, ad ſecundum tertiumque conſectarium primæ partis hujus additamenti dicta nobis ſunt, in promptu erit. nam totius machinæ & ponderis pendula diametros tendit per punctum H, à quo manifeſtò duæ lineæ, ex quibus ratiocinium inſtituendum, ſunt educendæ. CONCLUSIO. Itaque ponderum trochleis ſublatorum formas, ut poſtulabatur, inquiſivimus.

TROCHLEOSTATICÆ

FINIS.

ADDITAMENTI STATICÆ PARS TERTIA DE FLVITANTIBVS ACROBARICIS.

BREVIARIUM
Fluitantium Acrobaricorum.

Accidit aliquando, ut in navibus ſcalæ 20 pedes altæ erigendæ eſſent, per quas milites armati adſcenderēt; quia autem verendum erat ne in ſummo prægraves naviculæ everterentur, militesq; ſimul in aquam præcipitarentur, unius fabrica, unde experimentum tutò ſumi poſſit primùm fuit inſtituta. Quæ res mihi cogitationis hujus initium injecit, utrum id Statico ratiocinio data figuræ, dataq; gravitate demonſtrari & concludi poſſet. Cui fini hoc Theorema invenimus deſcripſimusq;: Et ſi peculiari appellatione placeret inſigniri, à fine & uſu potiſsimo Theorema de Fluctuantibus Acrobaricis *indigitari poſſet, id eſt de Acrobaricis, ſive in ſummo prægravibus, quæ aquæ inſident innatantq;: nam de cæteris Acrobaricis, quæ in ſolido ſolo ponuntur, quæque tum cadunt, cùm pendula gravitatis diameter in latus incidit atque extra baſin propendet, differere nunc non inſtitui.*

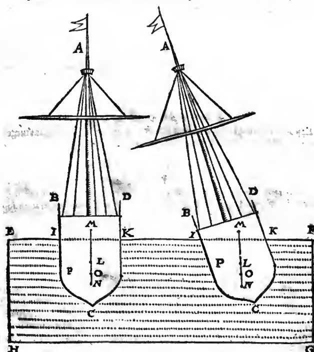
THEOREMA.

Corpus fluitans hunc ſibi vindicat ſitum, ut ſuæ gravitatis centrum ſit in ſegmenti in aqua demerſi pendula gravitatis diametro.

Datum. Corpus A B C D innatet aquæ E F G H, ſuperna ſuperficies E F, in quam corpus uſque ad I K demerſum ſit, atque adeò I C K cavitatem aqueam denotet, & hujus gravitatis centrum L, pendula autem diameter M L N, denique totius corporis A B C D centrum O. Quæsitum. Corporis A B C D gravitatis centrum O in cavitatis aqueæ I C K pendula gravitatis diametro M N conſiſtere demonſtrato.

DEMONSTRATIO.

Exempto ex aqua ſolido A B C D, animo concipito iſtam cavitatem aqueam I C K, quaſi fixam immotamque ſubſiſtere; atque inſuper majoris perſpicuitatis



gratiâ eam cavitatem vas ſuperficiarium eſſe fingito, ſecundum 7 definitionem hydroſtatices. hoc ipſum corpore ſuo orbum, aqua infuſâ compleatur. & quia

per 1

per 1 propos. hydrostat. aqua quemlibet sibi datum in aqua locum servat, vas istud superficiarium in isto situ permanebit; atque adeò, sive aqua, seu corpore A B C D oppletum sit, retinebit situm. sed infusæ aquæ centrum, itemque vasis superficiarii unum idemque est, utpote L; quare corporis A B C D gravitatis centrum, erit necessariò in vasis superficiarii pendula diametro M N. Enimverò si fieri possit sumatur extra, ut in P; id fieri planè nequit absque mutatione figuræ cavitatis aqueæ I C K, cum enim hunc habeat situm totius corporis centro constituto in O ex hypothesi, transposita corporis materia, ut gravitatis centrum deveniret ad P necessum esset B descendere, D autem adscendere, & C converti versus K, quod omnino thesi repugnat, atque alia esset aquæ cavitas, quàm ea de qua quæstio instituitur. Quare corporis gravitatis centrum erit in M N, videlicet infra cavitatis aqueæ gravitatis centrum L, vel supra, vel in ipso.

CONCLUSIO. Itaque corpus fluitans istum sibi vendicabit situm ut gravitatis suæ centrum sit in segmenti sui in aquâ demersi pendula gravitatis diametro.

1 CONSECTARIUM.

Cum corporis gravitatis centrum supra aqueæ cavitatis gravitatis centrum cōsistet, palam est ita summa prægravari ut omnia invertantur (ni sustineantur) donec corporis gravitatis diameter subeat cavitatis aqueæ gravitatis centrum in pendula ejusdem diametro. Nam, verbi gratiâ, baculum incurvum aquæ innatans certum servabit situm, ut quamvis partem inferiorem vertas sursum, non tamen ita permanebit, sed ad priorem, quem ab initio obtinebat, situm redibit, quia baculi gravitatis centrum tum non consistit in aqueæ cavitatis gravitatis diametro infra ejusdem gravitatis centrum.

2 CONSECTARIUM.

Et pondere in navi aliove vase transposito ut aqueæ cavitatis figura mutetur, aqueæ cavitatis centri locum quoque mutari manifestum est.

3 CONSECTARIUM.

Liquet item omne pondus, quod infra aqueæ cavitatis planum diametrale horizonti parallelum collocatur, navem stabiliorem, quoque minus in summo gravis, sit efficere. Contra autem, quod supra collocabitur summitatem aggravat, ut facilius subvertatur.

NOTATO.

Si duo gravitatis centra, videlicet altera aqueæ cavitatis, altera navis cæterarumque rerum quas fert, sint cognita, inveniri posse factione Staticâ nulla adhibitâ experientiâ, quis oneratæ navis situs, quævè obliquitas futura sit; atque utrum margines ejus infra aquam abdentur, necne, cui fini theorema istud à nobis institutum fuit. Sed quia investigatio centrorum gravitatis adeò diversarum rerum, quibus navis ut plerumque oneratur, molesta tædiique maximi plena est, isti negotio fuerit inutile. Attamen quia Acrobaricorum in aqua fluitantium corporum cognitio alterubi fortè usui esse possit, aut si cui in investigando subsidio esse possit, hoc pacto commentationem nostram describere placuit.

FLUITANTIUM ACROBARICORUM FINIS.

ADDITAMENTI
STATICÆ
PARS QVARTA,
DE
*CHALINOTHLIPSI.

* *Frenorum pressu.*

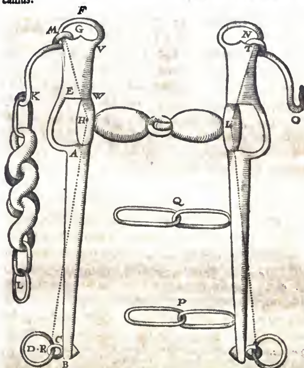
BREVIARIVM
CHALINOTHLIPSIS.

CVM ab ineunte ætate PRINCEPS ILLVSTRISSIMVS ἱππικὴν non minus studiosè, quam assiduè tractarit exercueritque, ut non solum cum peritissimoque quoque super eâ sermones conferret: sed etiam, si quidquam literarum monumentis à quoquam consignatum esset diligentissimè legeret, veteres iuxta & novos. nunquam tamen χαλινοθλίψεως pressuræ frenorum causas cognoscere penitus, vel assequi potuit. quod freni partium aliquâ imminutâ, auctâ, inflexâ, subitò magnæ & incertæ mutationes in equi ductu existerent. Vt, cum ob alias, tum potissimum quoque hanc ipsam ob causam non parva staticæ cognoscendæ cupiditate flagraret. sperabat enim istâ sibi viâ ad cognitionem causarum planiorem aditum fore, quæ spes eum haud fefellit. ut nunc frenos fabricet, non incertis (ut olim) conjecturis solum ductus, sed causis ante perspectis & cognitis. Et quia istæ mathematicæ demonstrationis ratiocinio nituntur, hanc de frenorum pressu doctrinam, quam voce græca χαλινοθλίψιν dicimus, inter mathematica ILLVST. PRINCIPIS hypomnemata referendam censui. Idque eò magis, ut alii his initiis incitati ulterius hanc artem promoveant explicentque.

DEFI-

DEFINITIONES.

FReni partes & earum appellationem characteribus & notis tantum indicamus.



1 DEFINITIO.

AB Scapus.

2 DEFINITIO.

C Axiculus anſatus.

3 DEFINITIO.

D Annellus.

Pollux. οἱ δὲ σιδηροῖ κύκλοι δι' ὧν διείρονται αἱ ἡνίαι, δακτύλιοι.

4 DEFINITIO.

EF Scapi pars ſumma, ſeu capitellum.

5 DEFINITIO.

G Ocellus.

6 DEFINITIO.

HI Lupus.

7 DEFINITIO.

KL Ψέλλιον.

Catena eſt. Poll. τὸ δὲ περὶ τὸ γένειον διειρόμενον, ψέλλιον.

8 DEFINITIO.

KM Sigma.

Nihil aptius adhuc quidem nobis occurrit. Sigma autem helicem iſtam dicimus, non quod veteris, ſed quod noſtri ævi litteræ ſimilitudine reſpondeat.

9 DEFINITIO.

NO Pſellii uncinus.

10 DEFINITIO.

P, Q Catellæ duæ intermediæ.

11 DEFINITIO.

Aſperum frenum, frenivè partes aſperæ ſunt, quæ lupum vehementius inferiori mandibulæ, mentoque inprimunt. remiſſæ quæ lenius.

INTERPRETAMENTVM.

Freni ab habena adducti preſſuræ variis partibus variæ ſunt, nam præter iſtas in mandubulis mentoque, catenæ intermediæ pectus, annelli ſcapos preſſant. nobis tamen *aſperitas* hîc haud aliam ſibi habet notionem ſubjectam, quam vehementiam preſſus illius, quo mandibula inferior à lupo, & mentum à ψελλίῳ afficiuntur, nam his equus ducitur, maloq; ſuo cogitur: eamq; ob cauſam

——— *equi frenato eſt auris in ore.*

nam quî dolorem iſtum declinet mentum pectori adducit collumque flectit. ponamus enim equi mentum ab habena palmum adduci, cervicis flexu vehementiorem preſſum eludet. indidem quoq; retro agetur, ut ita dolori ſeſe ſubducat, dum veretur ſi prorſum gradus promoveat, ne is ingraveſcat. Hæc iſta aſperitas eſt quam definivimus. unde & freni, frenorumq; partes aſperę appellantur, quæ lupum mandibulæ inferiori mentoque vehementius inprimunt: remiſſæ quæ lenius. ut frenum aſperius ſeu lupatum, frenum lenius: ſcapus aſperior, lenior: & ejuſdem pars ſumma aſperior leniórve.

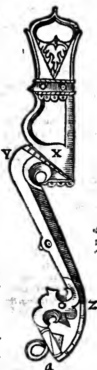
12 DEFINITIO.

Inverſuræ ſunt ſcaporum curvaturæ

INTER-

INTERPRETAMENTVM.

Frenorum scapos & rectos & curvamine inflexos fabricant. rectorum deformationem supra expressimus. inflexorum hîc ob oculos ponimus; sic enim deformantur ut ab X versus Y curvamine assurgant, deinde ab Y in Z, & ab Z in a sinuamine inflectantur, unde inversuræ illis nomen à nobis inditum.



SEQVENTES DEFINITIONES NOVÆ, ET THEORIÆ QVASI PROPRIÆ SVNT.

13 DEFINITIO.

Medium id punctum R, quo frenato equo adductis habenis, annellus D tangit axiculum ansatum C, annelli contactus dicatur.

14 DEFINITIO.

Medium punctum S, quo frenato equo adductis habenis sigma ocellum, & T medium punctum uncini suum ocellum contingit, ocelli contactus dicatur.

15 DEFINITIO.

H axiculum olivæ medio infixum circa quem lupus versatur, lupi axiculum dicimus.

16 DEFINITIO.

Angulum RHS, ab contactu annelli R ad lupi axiculum H & inde ad ocelli contactum S eductis lineis interceptum, angulum sub eductis contingentibus dicemus.

17 DEFINITIO.

Frenum πειραστικὸν est omnibus equis explorandis oportunum quale nam frenum illorum tenaciæ infrenandæ commodum sit, ut inde certa ratione frenum idoneum confieri possit.

Freni propeirastici deformationẽ & qualitates infra oportuniore loco dicemus.

1 PROPOSITIO.

Scaporum inverſuris aſperitatem neque augeri neque leniri.

ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS haud ignarus hos, qui ſcaporum inverſuras, tribus punctis R, H, S eodem loco manentibus, frenorum aſperitati lenitudinive quidquam momenti afferre credunt, falſos opinionis & veri vanos eſſe. eoſdem quoque his rationibus ſolet refellere. Affigas enim, ajebat, ſcapo directo, cujus figuram ſupra expreſſimus, laminam aliquam ferream, quæ ſcapum tanquam majuſculis inverſuris deformatum exhibeat. jam ſi quis eſt ab hac mente, ut inde aſperitatem augeri ſuſpicetur: id perinde foret ac ſi credat inductam illam lamellam occulta quadam vi (magnetis inſtar) vel preſſim vel punctim aliquid agere. porrò ſi qui pertinacius affirmēt id re ipſa uſuq; comprobari, iſtos negando facile eſt refutare: quid enim habent dicere? Cæterum ſi equiſones, χαλινέργατα, quique ἱππικὴν ſolo uſu tractant, tritum illud, tanquam ex Apollinis tripode nobis occinant. *Quam quiſque novit artem, in hac fidem ei habendam.* illi ſciant hoc in ſe ipſos quadrare maximè. nam de ſtaticis effectionibus ſentētiam ferunt, quarum tamen ſint ignariſſimi. ex hac enim facile docerentur mutationem omnem & varietatem exiſtere ab tribus punctis R H S. quibus eodem loco manentibus, & propter eas lineis imaginariis R H, HS ſede ſua haud emotis, anguloq́ue R H S invariato, eadem & par ſemper erit ab ſcapo aſperitas. niſi fortè quid momenti afferat lamellæ affixæ ponduſculum. verum id à propoſita quæſtione alienum eſt. & ſi hoc urgeant, ea res fortè non magis eorum ſententiæ patrocinabitur, quam adverſabitur.

Præterea animadverſione dignum eſt, non latus V W in ſcapi capitello, ſed rectam imaginariam H S ad generalis cujuſdam theorematis ordinationem, unde inflexurarum modus capiatur, aliquid momenti afferre. nam latitudo ocelli diverſa, diverſos quoque effectus inducit.

2 PROPOSITIO.

Scapi quo breviores tanto ſunt aſperiores.

Cauſa ejus rei ferè gemina. prima quod adductis tantundem habenis ſcapi breviores plus commoveantur quam longiores. cujus veritatem diagrammate demonſtrabo. A B ſcapus longior, A C brevior, quorum ſit idem capitellum A D, ejuſque ocelli contactus D: adductis habenis in ſcapo breviore aſſurgat annelli contactus in E per peripheriam C E, & ocelli contactus D deſcendat in F per peripheriam D F. Conſimiliter in ſcapo longiore annelli contactus adducatur ad G, ut peripheriæ C E, B G æquales ſint, hic D deſcendet ſolummodo in H per peripheriam D H. ſed D F major eſt quàm D H, ſunt enim inter ſe ratione ſcaporum inverſa, id eſt, quemadmodum longior ſcapus A B ad breviorem A C. Itaque pſellia ocellis affixa minoribus ſcapis moventur validius. verum quantum pſellia moventur magis, hoc mandibula à lupo, mentumq́ue à pſellio preſſius premitur conſtringiturq́ue. unde efficitur ut ſcapi breviores longioribus ſint aſperiores.



Altera

Altera causa pendet ab equi cervice inflexa, nam hinc est quod catellæ intermediæ in scapo breviore lõgius ab equi pectore distent, quam in longiore. ideoque habenæ scapi brevioris magis adducendę sunt ut catellæ intermediæ pectus tangant, quam in scapo longiore. ideoque etiam cum tangent sua asperitate molestiores erunt.

NOTA.

Nec est quod hic aliquis suspicetur placita hæc cum staticis theorematis pugnare, quæ longioribus jugis plus virium tribuebant, hoc est, si B D libriле fingatur, cujus brevior radius sit A D, longior, unde & motus principium existat, A B. tum supra dictis contrarium effici. Nam scrupulus iste facile tolletur, si in mentem revocemus, quod hic in considerationem non veniat vis ea, quam eques adducendis sua manu habenis præstat (nam ut in breviore scapo ocelli contactum tantundem commoveat, magis allaborandum erit, quam in longiore) sed hoc, quod si satis intentæ sint habenæ utri scapi suo pressu plus asperitatis molestiæque facessant.

3 PROPOSITIO.

Capitella quo longiora sunt tanto plus asperitatis habent.

Nam habenis tantundem adductis psellium longiore capitello plus commovetur quam breviore. diagrammate res illustrior fiet. A B sit capitellum longius, ejusque ocelli contactus B, A C vero sit capitellum brevius, ejusque ocelli contactus C, communis utrique hic scapus intelligatur A B. jam adductis habenis annelli contactus adscendat in E. & ocelli contactus B descendat ad F per peripheriam B F. Sed ocelli contactus ab C usque G peragrata peripheria C G minor est quam B F; nam ut A C ad A B, sic G C ad B F. Itaque psellium ocello B longioris capitelli affixum, æquali habenarum ductu plus movetur, quam si ocello C minoris capitelli fixum hæreret. quanto autem psellium magis sursum commovetur, eò arctius mento hæret, & ipsius lupi in mandibilam impressionem facit validiorem. Ideoque longiora capitella plus asperitatis habent. quod si quispiam quęrat causam, cur motus initio posito in D longior radius A B, cõtra statica principia vehementiores effectus producat, quam brevior A C. eum monemus videat annotatiunculam 2 propositionis, ubi haud absimilem quæstionis nodum dissolvimus.

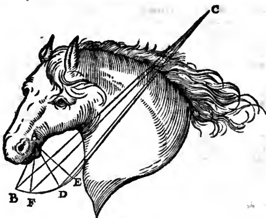


4 PROPOSITIO.

Quanto contactus annelli à pectore longius distat tanto plus asperitatis habet.

DATVM. A lupi esto axiculus, A B scapus, B C habena, B annelli contactus. A D scapus alter æqualis priori A B, D C habena, D annelli conta-

ctus: sitque prioris annelli contactus B ab equi pectore distantior, quam po-



sterioris D. QVÆSITVM. Demonstrandum est contactum annelli B plus habere asperitatis, quam D. PRÆPARATIO. Centro A, intervallo A B decircinetur peripheria B D E: Iam annelli contactus B adducatur in F, & D in E, peripheriæque D E B F sunto æquales.

DEMONSTRATIO.

Non dubium videtur, quin quanto B C linea longior est quam F C, tanto altius retrorsum adducta fuerit manus cum annelli cōtactus esset in loco F, quam cum esset in B. Haud aliter quanto D C major quam E C, tanto manus C elatius adducenda fuit cum annelli contactus esset in E, quam cum in D. sed E C, D C rectarum differentia major est, quam F C, B C. Et quanta ipsarum differentiarum differentia est, tanto elatius manus attollitur adducto annelli contactu ab D in E, quam ab B in F. Motus autem, seu peripheria D E per constructionem æqualis est peripheriæ B F. quare manus C, æqualibus ductuum peripheriis ab punctis B & D altius tollitur ab D, quam à B. ideoque si utrobique manus D æquali altitudine attollenda esset, major esset motus peripheria ab B in F, quam ab D in E. Sed majorem motum ab B versus F major ocelli motus sequitur: atque hunc quoq; ipsius psellii. Quamobrem si utroque casu manus pari altitudine attollatur, motus psellii ex B, F versum, major erit motu psellii ab D versus E. sed majore motu vel elatione psellii plaga in equi mentum fit vehementior, unde lupi quoque in mandibulam impressio existit violentior. Itaque æquali manus C elatione, si annelli contactus obtineat locum B in scapo A B plus asperitatis habet, quam si esset in D in scapo A D. atque adeò annelli contactus B, quia distantior est ab equi pectore, asperior est viciniore D.

1 NOTA.

Quia angulus A D C minus à recto abest, quam A B C, qui longe acutior est, vis

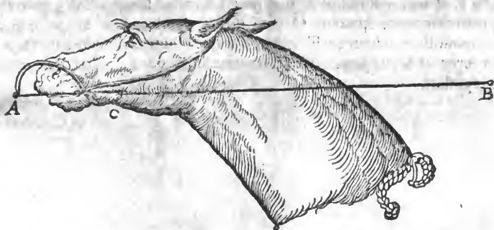
est, vis manus C clariores effectus habet in scapo A D, quam in scapo A B per conversam 24 prop. 1 lib. Staticæ. & quia hæc minus attentum fallere posset tanquam expositæ propositioni contraria sciscceret, monemus ut annotatiunculam 2 propositionis adeat, indeq; lucem petat. Nō enim in hoc theoremate quæritur quantanam sit potentia manus C, sed si manus utroque casu æqualiter attollatur (quamvis sub angulo A B C ei magis sit allaborandum, quam sub angulo A D C) uter ductus tum plus asperitatis habeat.

2 NOTA.

Ad eam quam rettulimus asperitatis causam nonnunquam & alia accedit, ista videlicet. ut quanto annelli contactus ad equi pectus propius adducitur, tanto in frenis, quales vulgo fabricant, intermediæ catellæ pectori quoq; fiant viciniores; Sed cum jam eo adductæ sunt ut pectus tangant, posita freni ductus asperitatis amplius nihil habet. quamvis enim deinceps plus annitaris omnis plaga equi pectore avertitur, neque mento mandibulæve impressio validior ulla infertur. Sed si annelli contactus, atque ideo quoque intermediæ catellæ longius à pectore absint, consequens est scapos longius retrorsum pectus versum adduci posse ut catellæ intermediæ pectus non tangant, unde major asperitas existit. Veruntamen annotatiuncula hæc locum non habet si catellæ intermediæ neutro modo pectus contingant.

3 NOTA.

Nonnulli equi (quorū deformationem hic vides) caput sursum jactādo sese frenorum pressuræ eripiunt, neque tum illorum tenacia infrenari potest, sed equitem invitum rapiunt: cum tamen annelli contactus eo situ longius à pectore absit, ideoque frenum eo casu asperitate sua plus molestiæ facessere debeat. Verum objectiunculam illam facile est dissolvere, nam cum tensa habe-



na A B parallela erit lineæ imaginariæ ab annelli cōtactu A ad lupi axiculum C eductæ, quemadmodum in hoc diagrammate notare potes, tum quantopere annitaris ductu habenæ capitellum ne hilum quidem commoveris, neque psellium elevâris, ideoque omnis asperitas conciderit. nam quamvis lupus retrorsum adducatur, inde tamen suprascriptæ asperitatis causa non dependet. Imo si habena supra situm jam delineatum adscendat, quanto vehementius habena tum adducetur, tanto psellium magis remittet. Vt hæc à præmisso theoremate exceptio haud dubiis, aut obscuris rationibus nitatur.

5 PROPOSITIO.

Psellia quo breviora eo sunt asperiora.

Vero consentaneum est lupi in mandibulam impressionem tum demum incipere cum psellium mento primulum admovetur, sed ut psellium longiusculum mentum tangat manus magis adducenda, quam si sit brevius. quare æqualiter mota manu pressus brevioris psellii arctior est, quam longioris: ideoq; psellium brevius plus habet asperitatis.

NOTA.

Diximus vero simile videri lupi pressuram illic initium habere, ubi psellium mento primum affligitur. nonnulli tamen equi ante afflictionem istam pressu quopiam afficiuntur, etiam solo freno absque psellio, alius alio citius, prout ore est teneriore dDurioréve, vel ut frenum materiæ est mollioris duriorisve, laxius strictiúsve. Verum hæc tam exigua tamque inæqualis pressura, non est tanti ut accuratioribus qualitatum & affectionum suarum rationibus investigandis & demonstrandis opus sit.

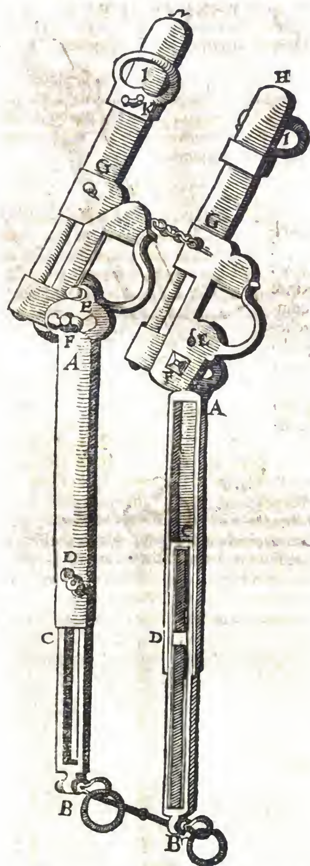
6 PROPOSITIO.

Frenum * προπειραστικὸν fabricari.

** pretentativum.*

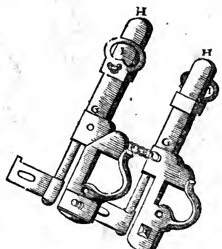
Definitionem freni προπειραστικοῦ supra suo loco 17 def. rettulimus. nunc fabricam ejus docemus. deformatio quidem est qualem ante oculos expressam vides, ubi A B scapos designant, qui vel augeri vel etiam imminui ob partes C B immissas poterunt, quæq; cum opus erit cochleis ad D sistuntur. porro scapi suos habent axes ad E circa quos versentur, quorum ope ad angulum optatum cum capitello inflectentur, deinde cochleis E sistuntur. Capitella G H pari crassitudine & mole sunt deformata, longitudinis porro tantæ, quanta maxima opus erit: Ocelli I sursum deorsumve adduci possunt, & ubi commodum videtur cochleis ad K quoque sistuntur. Vt hac deformatione & suprema & ima pars ad justam longitudinem augeri vel contrahi commode possint.

Hacte-

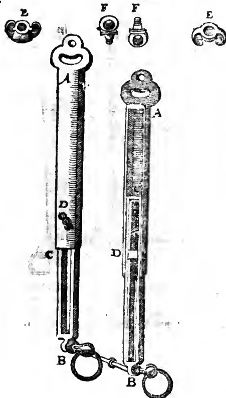


Hactenus freni περιεργαστικοῦ descriptio & deformatio universo quasi corpore, & junctis jam partibus nobis est considerata. Sed ut ipsas partes quoque examinemus, eas sigillatim hic ante oculos ponimus: ubi iidem characteres easdem notiones sibi habent subjectas quas prius.

Hæc est



Hæc est freni [illegible] deformatio, quã ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS effinxit, & re ipsa atque usu commodissimam deprehẽdit. si verò deinceps aliquid accedat aut inveniatur commodius, æquissimũ fuerit id suo sibi commodo usurpare.



Quomodo ope περιτεταγμένῳ frenum usui fiat accommodatum.

Freno περιτεταγμένῳ lupum, qualem equo idoneum judicabis, adaptato, deinde ope scapi per cavum mobilis, reliquisque partibus περιτεταγμένῳ mobilibus, longitudo & scapi, & capitelli, & angulus sub rectis à punctis contactuum eductis comprehensus instituantur primò tanta, quemadmodum equo commodissimum judicabis: post autem cum indito ei freno edoctus eris aliquam harum quatuor partium, aut insimul omnes mutatione opus habere, ut vel scapi, vel capitella producenda sint minuendave, vel angulus sub lineis à contactuum punctis eductis amplior arctiórve instituendus, vel psellium auctius contractiusve fabricandum. ista in singulis labore minimo nec fallentibus indiciis novari poterunt. ut neque frenum equo dematur, nec eques ab equo descendat. Cum igitur προτεταγμένον ita formaris prout equo erit commodissimum, simili partium præcipuarum positu & responsu, hoc est, ut angulus sub rectis à tactuum punctis eductis comprehensus, rectæque imaginariæ eum comprehendentes illis æquales sint. reliqua pro libitu adornentur phaleræ enim scaporumque inversuræ cæteraq; varietatem nullam inducunt, modo catellæ intermediæ, psellium, lupusque similiter convenienti situ & forma consiant. Frenum ita deformatum equo non minus congruum erit quam προτεταγμένον fuerat, eodemque planè malo equum coget

Ire viam quam docet eques ———

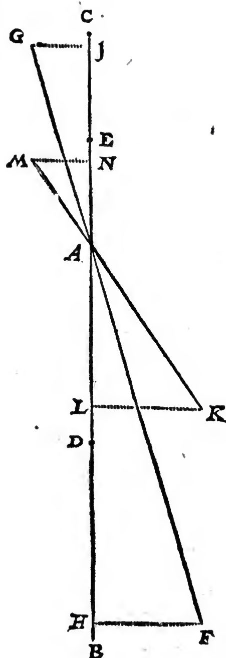
quod ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS reapse expertus comprobavit.

Nonnulli eorum, qui hanc ipsam artem libris editis tractarunt, frenos fabricant in quos varii scapi inæqualium versurarum inseri possint. sed si illic annelli contactus eodem maneat loco, majores minorésve inversuræ ad rem nihil afferent momenti, quemadmodum prima propositione docuimus. vel ut aliis verbis eandem sententiam exponam, si annelli contactus alio sit loco, major minórve scapi inflexio non est causa effectus varietatis ejus, quam in equi ductu sentimus, qui inde existit quod annelli contactus alio loco cōsistat unde investigatio istiusmodi latentibus & ignoratis causis incertissima est & obscura, ut perquam rarò hac via freni idonei congruique consiant.

NOTA.

Qui catholicum statices theorema de machinarum effectionibus considerabit inde ita inferet. quia pari manus ductu, etiamsi capitella sint inæqualia, par pselliorum motus existat, hinc quoq; æqualem pressus effectionem consequi. exemplo res erit clarior. si enim duo freni construantur, quorum anguli sub rectis à punctis contactuum eductis comprehensi inter se æquentur, pselliaque utrobique parem habeant laxitatem, scapique capitellis proportionales quidem sed inæquales sint, in illis utrobique psellium æquali manus ductu tantundem commovebitur, unde par pressus efficientia existet. quod posito diagrammate illustrius erit.

DATVM. AB ſcapus ſit prælongus, AC prælongum ejuſdem capitellum, in cõtinuata AB: contra AD ſcapus breviuſculus, & AE ejus capitellum breviuſculum; ſed ita, ut AE AD, AC AB. proportionales ſint. agatur deinde ipſi AB æqualis AF, & AG ipſi AC: ſintque ab F & G in BC perpendiculares, FH, GC. deinde AK æqualis rectæ AD tantum attollatur ut KL perpendicularis ſit æqualis ipſi HF. ſimiliter ut altrinſecus AM, in continuata KA, æquetur ipſi AE, & ab M perpendicularis cadat MN. his conſtitutis, ponamus annellum B ſcapi longioris ab B adductum in F ut diſtantia à priori ſcapi ſitu ſit FA: minoris autem ſcapi annellum ab D diductum in K, ut diſtantia ſit LK. his ductibus ocellus majoris ſcapi migrabit ab C in G, eritque diſtantia à priori ſitu IG: ocellus verò E capitelli minoris diſcedet in M, cujus à capitelli primo ſitu diſtantia eſt MN. Sed motus intervalla HF LK pro manus ductibus (quia illis æquantur) cenſenda ſunt: item IG MN pro pſelliorum motibus quod illis æquentur. Quæ cum ita ſint demonſtrandum eſt NM æquari ipſi IG. unde, quod propoſitum nobis fuerat, par preſſus violentia neceſſariò concluditur.



DEMONSTRATIO.

Triangulum AKL ſimile eſt triangulo AMN; ideoque latera quæ ſimili ſitu reſpondent proportionalia,

Sic AK ad AM eſt, ut KL ad MN.

Triangulum AFH ſimile eſt triangulo AIG, ideoq; latera ſimiliter ſita erunt proportionalia.

hoc eſt, AF ad AG, ut FH ad GI,

ſed ut AF ad AG, ſic AK ad AM. itaque

ut AK ad AM, ſic FH ad GI.

atqui FH & KL per hypotheſin æquantur. erit igitur

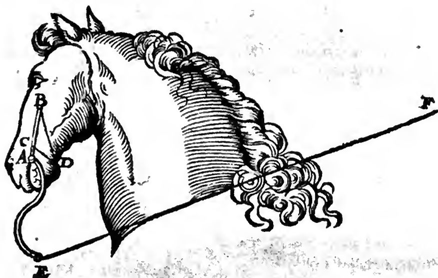
ut AK ad AM, ſic KL ad GI.

Vt GI & MN quartæ proportionales ſint, poſitis iiſdem tribus antecedentibus

dentibus terminis. videlicet M N in prima proportione, & G I in novissima. ideoque ipsæ inter se æquales.

Quamobrem, cum psellium utroq; freno tantundem impellatur, inde par pressus asperitas existere videri posset, cum tamen hæc res se longe secus habeat, quare non alienum videtur ista paulo fusius explicare.

Experientia testatur, quod à quibusdam quoque annotatum memini, longioribus capitellis quosdam æquos cervicem erectiorem gestare quam brevioribus. cujus causam PRINCEPS ILLVSTRISSIMVS hanc esse arbitratur. A B designet capitellum longius, A C brevius; longioris psellium BD, brevioris autem C D. jam longius psellium B D angulum cum capitello constituit acutiorem, quam C D. nam A B D angulus minor est angu-



lo A C D. constat itaque quod (cum ductu habenæ E F capitellum A B commovebitur) pselliū C D directius, at B D obliquius & sursum versus equi mentū presset: quamobrem ut pressum hunc evitet cervicem fert erectiorem.

Occurrat aliquis, si hæc longioris capitelli foret affectio id non solum in quibusdam equis (quemadmodum nos monuimus) sed in omnibus omnino re ipsa comprobatum iri, quod tamen secus esse multi testantur, atque inter alios quoque *le Sieur de la Brouë* libro 3 peculiari tactatu cui titulum fecit

Occasions pour lesquelles on doit faire l'œil de la branche plus haut ou plus bas que la mesure ordinaire.

Ipsum quoque ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM testantem audivi sese experientia edoctum capitello productiore quosdam equos cervicem attollere, nonnullos contra demittere, quodq; ipsum tum nō leviter sit miratus. sed cum postmodum staticen edoctus idem consideraret diligentius, hanc esse tam diversi effectus causam sibi persuasit. quod productio capitelli, quæ plus asperitatis mento mandibulæque per 3 propos. infligit, cōtrarios simul habeat effectus. nam validiore lupi in mandibulā impressione equus caput demittit, quî asperitatem illam declinet; at cōtra validiore pselli contra mentum pressu caput arrigit, ut dolori huic sese quoque subducat, quod jam supra demōstravimus. cum autem utraque asperitas concurrat dolori gravissimo celerrimè medicinam parat. verum nonnulli equi sunt mandibulæ gingivæque teneriores, &

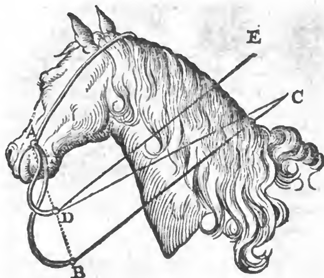
ris, & menti durioris; at contra alii duriore sunt gingiva, teneriore mento. consequens igitur est quosdam equos caput erigere, quosdam demittere. Veruntamen ut theorema istud generaliter definiamus: longius capitellum (si psellium, quâ sursum suo pressu tendit tantum consideremus) non parum affert momenti ut equus caput erigat, quamvis alio graviore malo coactus contra nonnunquam se demittat.

Quamobrem consequens videtur equis, qui capite satis arrecto incedunt, quorumque gingivæ non sit nimia teneritudo, breviora capitella & psellia strictiora esse idonea, nam longiora capitella cum laxiore psellio subito fortè adducta quasi plagam faciunt, & equorum ora magis corrumpunt quam breviora strictiori psellio. quæ minore quidem impetu eorum pectori adducuntur & tamen parem pressionis habent effecientiam. Huc adde, longiora psellia ut B D facile ab mento delabi, ut tum equus sessoris imperio non obtemperet, quod brevioribus pselliis C D non contingit.

Notato & hoc. cum non erit opus longioribus capitellis quî equus erectior incedat (quod evenit ubi mandibulæ teneritudo eadem erit quæ menti) perbeve capitellum usurpandum, scaporum autem longitudinem, quanta commodissima videbitur: asperitatem deinde amplitudine, vel brevitate pselliorum pro placito temperandam.

Verumenimverò, quia ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS affectiones has diligentissime indagavit, coronidis loco aliam quandam anomaliam de frenis quorum scapi & capitella proportionalia sunt annotabo.

Cui fini ponatur A B longior scapus ejusque habena B C, A D brevior cujus habena D E. partes supremæ inferioribus scapis statuantur proportionales. quamvis jam duo isti scapi lõgiores ob analogiam parem efficiant pressum, tamen manifestum est manum nõ eodem utrobique loco versari: sed si, dum B adducet, ea in C consistat, cum D ducet oportebit eam statui in E, ut D E parallela sit contra B C. Nam adducta habena secundum D C ea alium comprehenderet angulum cum A D quam D E, quæ res mutationem aliquam necessariò inducet.



CHALINOTHLIPSIS

FINIS.